Ответы на задачи и вопросы, помещенные в предыдущем выпуске

К лекции 32

1. Так как фирма продает продукт на конкурентном рынке, для нее $MRP_x = P{\cdot}MP_x$. Находим $MP_x = d\left(2\sqrt{x}\right)/dx = 1/\sqrt{x}$. Отсюда $MRP_X = P/\sqrt{x}$. Из условия $MRP_x = p_x$ находим функцию спроса на ресурс: $x_D = \dfrac{P^2}{p_x^2}$. При ценах продукта, указанных в условии, $x_D = 25/p_x^2$; $100/p_x^2$; $225/p_x^2$.

2. В отличие от предыдущей задачи здесь $MR = 20 - 2q$. Подстановка вместо q производственной функции дает $MR = 20 - 4\sqrt{x}$, откуда $MRP_x = \left(20 - 4\sqrt{x}\right)/\sqrt{x} = 20/\sqrt{x} - 4$. Из условия $MRP_x = p_x$ находим: $x_D = 400/\left(p_x + 4\right)^2$.

3. $MP_x = \partial Q/\partial x = 6x^{-0.7}\cdot y^{0.7}$ Если p_x — цена первого фактора, то спрос подчинен уравнению

$$p_x = P{\cdot}MP_x = 30x^{-0.7}{\cdot}y^{0.7},$$

или

$$x = (30/p_x)^{1/0.7}\cdot y \approx 129y{\cdot}p_x^{-1.43}.$$

При $y = 10$ спрос описывается равенством $x = 1290p_x^{-1.43}$, а при $y = 20$ — равенством $x = 2580p_x^{-1.43}$.

К лекции 33

1. Предельный продукт пряжи $MP = \partial q/\partial x = 2 - 0.5x$, ценность предельного продукта $VMP = P{\cdot}MP = 20 - 5x$. Условие $VMP = p$ позволяет определить функцию спроса фирмы $x_D = 4 - 0.2p$; функция спроса отрасли $x_D = 400 - 20p$.

2. Поскольку цена пряжи в данном случае не является заданной, необходимо найти совместное равновесие на двух рынках — шерсти и пряжи.

Условие $VMP = p$ позволяет записать функцию индивидуального спроса фирмы в виде $x_D = 4 - 2p/P$, а функцию отраслевого спроса — в виде $x_D = 400 - 200p/P$.

Определим функцию предложения на рынке пряжи. Производственная функция фирмы $q = 2x - 0.25x^2$ позволяет определить затраты шерсти на производство q единиц пряжи: $x = 4 - 2\sqrt{4-q}$ (в силу задания производственной функции $x \le 4$). Общие затраты фирмы $TC = px = p(4 - 2\sqrt{4-q})$, а предельные затраты $MC = p/\sqrt{4-q}$. Условие $MC = P$ дает функцию предложения фирмы $q_S = 4 - (p/P)^2$, а отсюда функция рыночного предложения пряжи $Q_S = 400 - 100(p/P)^2$.

Приравнивая заданную функцию спроса на шерсть найденной функции предложения, находим условие равновесия на рынке шерсти:

$$400 - 100(p/P)^2 = 400 - P^2. \quad (1)$$

Равновесие на рынке шерсти удовлетворяет условию

$$80p - 1100 = 400 - 200p/P. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), находим: $P = 12.5$, $p = 15.6$. Равновесные объемы: $Q = 243.75$, $X = 150$.

К лекции 34

1. $MRP = MR{\cdot}MP = P{\cdot}\dfrac{dq}{dx} = 20{\cdot}1 = 20;$

обратная функция предложения томатов: $p^S = 5 + x/2;$

$$ME = \frac{d}{dx}(5 + \frac{x}{2})\cdot x = 5 + x.$$

Условие $MRP = ME$ дает $20 = 5 + x$, откуда $x = 15$, $p = 12.5$.

2. а) $P = 50$, $Q = 20$.

б) Появление фирмы-посредника разделяет рынок на два: закупки производятся по цене p в количестве x, продажа населению — по цене P в количестве Q. На первом рынке фирма выступает в качестве монопсониста, на втором — в качестве монополиста. Ее формальная производственная функция $Q = x$.

Обратная функция предложения на первом рынке $p^S = 30 + x$, так что для посредника $ME = 30 + 2x$. Обратная функция спроса на втором рынке $P^D = 60 - Q/2$, и для посредника $MRP = 60 - Q$. Приравнивая MRP и ME с учетом $Q = x$, получим $Q = x = 10$. Условие предложения на первом рынке дает $p = 40$, а по условию спроса на втором — $P = 55$.

3. Задача особенно просто решается графически. Пусть точка E (рис. 1) соответствует конкурентному равновесию. Точка B делит отрезок AE пополам, так что через нее проходит и линия MRP, и линия ME, чем по существу и исчерпывается решение.

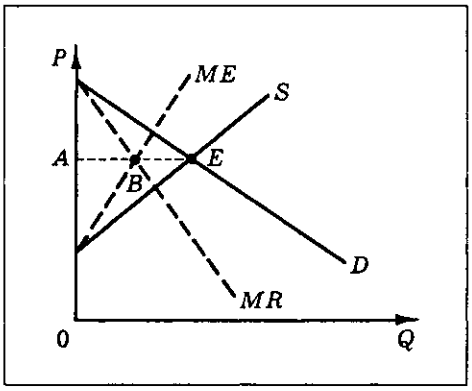

Рис. 1.

4. При цене ресурса p прибыли фирм определяется выражениями:

$$\pi_A = 25x - 20 - px, \quad \pi_B = px - TC_B(x) = px - (30 + 5x + x^2).$$

Суммарная прибыль обеих фирм

$$\pi_A + \pi_B = 25x - 20 - (30 + 5x + x^2)$$

принимает наибольшее значение при $x = 10$. Это значит, что при любом фиксированном значении π_A наибольшее значение π_B достигается при $x = 10$, и наоборот.

Фирма A не вступит в сделку, если $\pi_A < 0$. Следовательно, для ее согласия необходимо $\pi_A \geq 0$:

$$25\cdot 10 - 20 - p\cdot 10 \geq 0, \text{ или } p \leq 23.$$

Для согласия фирмы B необходимо $\pi_B \geq 0$:

$p\cdot 10 - (30 + 5\cdot 10 + 10^2) \geq 0$, или $p \geq 18$.

Итак, контрактная линия на плоскости (x, p) — отрезок прямой $x = 10$, ограниченный значениями $p = 18$ и $p = 23$.

К лекции 35

1. а) Определим норму замещения дохода досугом:

$$\frac{\partial U}{\partial F} = \frac{1}{2\sqrt{F - 10}}, \qquad \frac{\partial U}{\partial I} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0.1}{I}},$$

откуда

$$MRS = \sqrt{\frac{I}{0.1(F - 10)}}.$$

Подставляя значения $I = 8\cdot 10 = 80$, $F = 24 - 8 = 16$, найдем: $MRS \approx 11.5$, что не совпадает со ставкой заработной платы $w = 10$; состояние работника неравновесное. Так как $MRS > w$, оценка работником дополнительного свободного времени выше ставки заработной платы, и он ощущает нехватку свободного времени.

б) Полученный в предыдущем пункте вывод подтверждается расчетом оптимальной для работника продолжительности рабочего дня L. В условие оптимума $MRS = w$ подставим $I = wL = 10L$; $F = 24 - L$:

$$\sqrt{\frac{10L}{0.1(14 - L)}} = 10,$$

откуда $L = 7$.

К лекции 36

1. а) Часть участка, не требующая орошения, может быть предложена по любой цене; остальная часть — только по цене, покрывающей затраты на орошение. Таким образом,

$$x^S = \begin{cases} 5, & 0 < p \le 1000, \\ 15, & p > 1000 \end{cases}$$

(рис. 2).

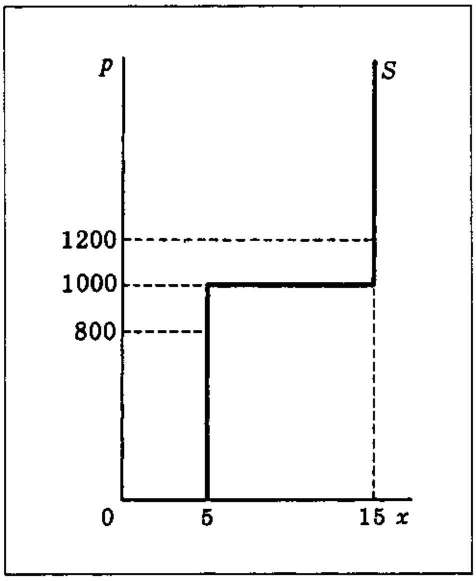

Рис. 2.

б) При $p = 800$ экономическая рента $R = 5{\cdot}800 = 4000$ р./год; удерживающий доход $T = 0$. При $p = 1200$ $R = 5{\cdot}1200 + 10{\cdot}200 = 8000$ р./год, $T = 10{\cdot}1000 = 10000$ р./год.

2. Ни при какой цене субъекту не потребуется более 1 га для дачного участка, так что он для дачи может воспользоваться частью своего собственного участка. Платой за использование площади в качестве дачного участка является отказ от получения арендной платы за не сдаваемую в аренду площадь. Поэтому функция предложения $x^S(p) = 2 - x^D(p)$;

$$x^S(p) = \begin{cases} 1 + 0.001p, & p < 1000, \\ 2, & p \ge 1000 \end{cases}$$

(рис. 3).

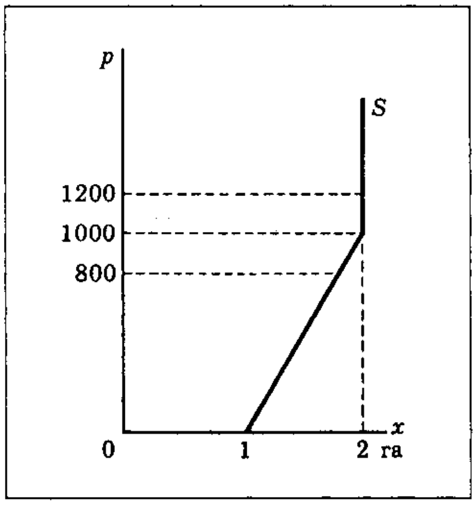

Рис. 3.

При $p = 800$ сдаваемый участок имеет площадь 1.8 га; экономическая рента $R = 800(1 + 1.8)/2 = 1120$; удерживающий доход $T = 800{\cdot}0.8/2 = 320$. При $p = 1200$ $R = 1000(1 + 2)/2 + 200{\cdot}2 = 1900$; $T = 1000{\cdot}1/2 = 500$.

К лекции 37

1. а) Найдем норму замещения текущего потребления будущим:

$$\partial U / \partial c_0 = c_1, \quad \partial U / \partial c_1 = c_0.$$

Отсюда $MRS_{0.1} = c_1/c_0$. Равновесие потребителя достигается при $MRS_{0.1} = 1 + r$, или $c_1 = (1 + r)\,c_0$. Подставляя полученное выражение в бюджетное ограничение

$$c_0 + \frac{c_1}{1+r} = m_0 + \frac{m_1}{1+r},$$

найдем $2c_0 = 100 + 180/(1 + r)$, или $c_0 = 50 + 90/(1 + r)$. Функция спроса—предложения — разность между потреблением и доходом текущего периода: $h = c_0 - m_0 = 90/(1 + r) - 50$.

б) Потребитель предъявит спрос, если $h = 90/(1 + r) - 50 > 0$, т. е. если $r < 0.8$. Предложению соответствуют значения $r > 0.8$.

в) Спрос потребителя описывается

выражением

$$D = \begin{cases} 90/(1+r) - 50, & r < 0.8, \\ 0, & r \geq 0.8, \end{cases}$$

предложение —

$$S = \begin{cases} 0, & r \leq 0.8, \\ 50 - 90/(1+r), & r > 0.8. \end{cases}$$

2. а) При решении предыдущей задачи получено равенство

$$2c_0 = m_0 + m_1/(1 + r),$$

из которого следует

$$h = \frac{1}{2}\left[\frac{m_1}{1+r} - m_0\right].$$

Так как $m_0 > 0$, при достаточно больших значениях r величина h окажется отрицательной, каково бы ни было значение m_1. Следовательно, при любом сочетании m_0 и m_1 потребитель выйдет на рынок с предложением, если процентная ставка достаточно велика.

Если $m_1 > m_0$, то при малых значениях r величина h будет положительной, так что потребитель предъявит спрос при низких процентных ставках. Если же $m_1 \leq m_0$, то тем более $m_1/(1 + r) \leq m_0$, и величина h не будет положительной ни при каких значениях r. Таким образом, если текущий доход больше или равен будущему, то потребитель не захочет брать деньги в долг ни при каких процентных ставках.

б) Для симметрической функции полезности карта безразличия симметрична относительно биссектрисы центрального угла, так что $MRS_{0.1} = 1$ при $c_0 = c_1$. Условие равновесия потребителя $MRS_{0.1} = 1 + r > 1$ может выполняться только в верхней половине карты, при $c_1 > c_0$. Пусть $m_0 > m_1$. Если бы при этом потребитель взял некоторую сумму взаймы, то оказалось бы, что $c_0 > m_0 > m_1 > c_1$. Но, как мы видели, при $c_0 > c_1$ равновесие потребителя не может иметь места. Итак, при $m_0 > m_1$ потребитель не предъявит спрос на заемные деньги ни при какой процентной ставке.

К лекции 38

1. Например, (0, 1210, 1331). При процентной ставке 10% за период первоначальная цена равна 2000; в возрасте 1 период цена равна 2200, так что обесценение в первом периоде равно −200.

2. 0.1 в год.

3. 150 р./га·год. Арендный доход должен покрывать текущие затраты (50 р./га·год) и первоначальные затраты (1000 р./га· 0.1 год$^{-1}$ = 100 р./га·год).

4. $D_s = A_s - r{\cdot}P_{s-1}$.

Ценность в зависимости от возраста:

$$P_s = 1000 - 200s.$$

Отсюда

$$200 = A_s - 0.25[1000 - 200(s - 1)],$$

так что

$$A_s = 200 + 0.25[1000 - 200(s - 1)] = 500 - 50s.$$

Поток доходов равен (500; 450; 400; 350; 300).