

## Задачи и вопросы к лекциям

### К лекциям 41—42

1. Предположим, что индивид 1 обладает 78 ед. блага  $X$  и ни одной единицей блага  $Y$ . Его функция полезности  $U_1 = X_1 Y_1 + 2X_1 + 5Y_1$ . Допустим, что индивид 2 обладает 164 ед. блага  $Y$  и ни одной единицей блага  $X$ . Его функция полезности  $U_2 = X_2 Y_2 + 4X_2 + 2Y_2$ .

Подсчитайте, каковыми будут соотношения равновесных цен и какова парето-эффективная комбинация благ (*подсказка*: для решения используйте понятие избыточного спроса индивидов на блага  $X$  и  $Y$  —  $E_{X1}, E_{Y1}, E_{X2}, E_{Y2}$ , выразите через них  $X_1, Y_1, X_2, Y_2$  в соответствующих функциях полезности индивидов).

2. Предположим, что в экономике два индивида (индивид 1 и индивид 2), два блага ( $X$  и  $Y$ ). Каждый из индивидов является потребителем благ, поставщиком труда (в количестве 50 чел.-ч.) и владельцем фирмы. Фирма  $A$  принадлежит индивиду 1 и специализируется исключительно на выпуске блага  $X$ . Фирма  $B$  принадлежит индивиду 2 и специализируется исключительно на выпуске блага  $Y$ . Цены благ  $X$  и  $Y$  заданы мировым рынком.  $P_X = 20$  ден. ед., а  $P_Y = 10$  ден. ед. Кроме того, нам известны производственные функции:  $X = 10l^{1/2}$ ;  $Y = 8l^{1/2}$  (допустим, что величина используемого капитала — постоянна); функции полезности индивидов  $U_1 = X_1^{1/2} Y_1^{1/2}$ ,  $U_2 = X_2^{1/4} Y_2^{3/4}$ .

Найти равновесные ставку заработной платы ( $w^*$ ), выпуск ( $X^*, Y^*$ ), доходы индивида 1 и индивида 2 ( $I_1^*, I_2^*$ ), объемы потребления индивида 1 и индивида 2 ( $X_1^*, Y_1^*, X_2^*, Y_2^*$ ), а также экспорт и

импорт ( $e_X^*$  и  $e_Y^*$ ), т. е. необходимые продажи и закупки на мировом рынке для достижения оптимального потребления.

3. Одинокий дачник на своем участке производит два блага ( $X$  и  $Y$ ). Его производственные функции:  $X = K^{1/3} L^{2/3}$  и  $Y = K^{2/3} L^{1/3}$ , а функция полезности  $U = XY$ .

Как он должен распределить суммарное количество капитала ( $K = K^X + K^Y$ ) и труда ( $L = L^X + L^Y$ ) между производством двух благ?

4. Кривая трансформации определена как  $X^2 + Y^2 = 20$ . Функция полезности индивида  $A$   $U_A = X_A Y_A$ , а индивида  $B$   $U_B = X_B Y_B$ . Производство и потребление индивидов представлено в таблице:

	X	Y
Индивид A	1	2
Индивид B	1	2

а) Достигается ли эффективность структуры продукции?

б) Должен ли выпуск блага  $X$  быть увеличен или уменьшен, если мы хотим добиться парето-улучшения?

### К лекциям 41—43

1. Предположим, что экономика состоит из двух индивидов ( $A$  и  $B$ ) и в ней производятся два блага ( $X$  и  $Y$ ). Кривая производственных возможностей в этой экономике  $X^2 + Y^2 = 50$ . Индивидуальные функции полезности этих индивидов:  $U_A = X_A Y_A$  и  $U_B = X_B Y_B$ . Функция общественной полезности  $W = U_A U_B$ .

Сколько благ  $X$  и  $Y$  должно быть произведено и как они должны быть распределены между индивидами? Изобра-

зите это на графике (покажите коробку Эджуорта внутри области производственных возможностей с соответствующим оптимальным распределением благ между индивидами, оптимальную структуру выпуска, кривую производственных возможностей и общественную кривую безразличия).

2. Пусть экономика состоит из двух индивидов, потребляющих два блага ( $X$  и  $Y$ ). Индивид 1 изначально обладает благом  $X$  в количестве  $X_1 = 80$  ед. и благом  $Y$  в количестве  $Y_1 = 120$  ед. Индивид 2 изначально обладает благом  $X$  в количестве  $X_2 = 180$  ед. и благом  $Y$  в количестве  $Y_2 = 90$  ед. Их функции полезности  $U_1 = X_1Y_1$  и  $U_2 = X_2Y_2$  соответственно.

а) Нарисуйте коробку Эджуорта, отвечающую этой экономике.

б) Каковы уравнения кривых безразличия, проходящих через точку изначального размещения благ между индивидами?

	$X^A$	$X^B$	$\Sigma X$	$Y^A$	$Y^B$	$\Sigma Y$
Состояние 0	10	10	20	10	10	20
Состояние 1	9	13	22	13	9	22
Состояние 2	9	13	22	13	9	22

ми? Изобразите их в коробке Эджуорта.

в) Заштрихуйте область, представляющую парето-улучшение по отношению к изначальному размещению благ между индивидами.

г) Каково уравнение контрактной кривой в данной экономике? Изобразите ее в коробке Эджуорта.

д) Определите две крайние точки на контрактной кривой, ограничивающие ядро экономики обмена (выразите их координаты через значения  $X_1$  и  $Y_1$ ).

е) Предположим, что некий «секретарь рынка» объявил цены благ.  $P_X = 1$  ден. ед.,  $P_Y = 2$  ден. ед. Более того, он изъясил блага у каждого индивида и заменил их деньгами. Затем «секретарь рынка» предложил каждому заказать у него такое количество благ, которое максимизирует его полезность при данном бюджетном ограничении.

1) Какое количество благ  $X$  и  $Y$  закажут индивиды 1 и 2? Сможет ли «секретарь рынка» удовлетворить их заявки? Будет ли заказанная комбинация благ эффективной?

2) «Секретарь рынка» поднял  $P_X$  до 2 ден. ед., при том что оставил индивидам прежние количество денег. Сможет ли он теперь удовлетворить заявки? Будет ли финальное размещение благ эффективным и если да, то почему?

3) Будет ли переход из изначального состояния в финальное парето-улучшением? Будет ли этот переход потенциальным парето-улучшением (по критерию Калдора—Хикса)?

### К лекции 43

1. Даны следующие состояния экономики, которая состоит из двух индивидов ( $A$  и  $B$ ) и двух благ ( $X$  и  $Y$ ):

Функции полезности индивидов  $A$  и  $B$ :  $U^A = X^A Y^A$ ,  $U^B = X^B Y^B$ .

Можно ли ранжировать эти состояния и как, если использовать критерии Парето и Калдора?

Как можно ранжировать эти состояния, если использовать простую (невзвешенную) утилитаристскую и роулсианскую функции общественного благосостояния?

2. Предположим, что граница возможной полезности между двумя индивидами определена как:  $U_A + 2U_B = 200$ . Изобразите эту границу на графике и ответьте на следующие вопросы.

а) Для максимизации минимаксной (ницшеанской) функции общественного благосостояния какие значения на границе возможной полезности должны принять  $U_A$  и  $U_B$ ?

б) Если мы воспользуемся критерием

Роулса, то при каких значениях  $U_A$  и  $U_B$  функция общественного благосостояния достигнет максимума?

в) Предположим, что функция общественного благосостояния по Нэшу задана как  $W = U_A^{1/2}U_B^{1/2}$ . При каких значениях  $U_A$  и  $U_B$  она достигает максимума?

4) Покажите эти три общественных максимума на графике.

#### К лекции 44

1. Национальный доход в некоторой стране составляет 12 ед., которые могут быть разделены между индивидами А, В и С в следующих пропорциях:

	$y^A$	$y^B$	$y^C$
Состояние 1	2	2	8
Состояние 2	1	3	8
Состояние 3	1	5	6

Сравните все эти три состояния: какое из них означает наибольшее равенство и какое наименьшее (при необходимости используйте индекс Аткинсона при значениях  $e$ , равных  $1/2$  и 2, а также коэффициент Джини). Сделайте соответствующие выводы.

#### К лекции 45

1. Предположим, что индивид А получает удовольствие от езды на мотоцикле. Пусть  $x$  — число поездок. Его удовольствие от поездок описывается предельной нормой замены  $MRS_{xy} = n - tx$ . В то же время его сосед — индивид В страдает от шума и загрязнения. Ущерб его от каждой поездки равен  $g$  (измеряется в единицах  $y$ ). Прямые издержки на поездку представлены кривой трансформации:  $y = a - bx$  (подсказка:  $MRT_{xy} = -dy/dx$ ).

а) Каково общественно-эффективное число поездок?

б) Сколько поездок сделает индивид А, если ему не удастся договориться с индивидом В?

в) Сколько поездок он сделает в случае достижения договоренности?

г) Если договоренность невозможна,

то какой налог следует установить для индивида А?

2. Предположим, что пасека расположена рядом с яблочным садом, принадлежащим другому владельцу. И пасека, и яблочный сад — фирмы в условиях совершенной конкуренции. Общие затраты на производство меда  $TC_1 = Q_1^2/100$ , а общие затраты на выращивание яблок  $TC_2 = Q_2^2/100 - Q_1$ . Цена меда ( $P_1$ ) равна 2 ден. ед., а цена яблок ( $P_2$ ) равна 3 ден. ед.

а) Каков будет равновесный выпуск меда и яблок, если каждая фирма действует независимо?

б) Предположим, что пасечник и садовод объединились. Каково будет максимизирующее прибыль объединенной фирмы производство меда и яблок?

в) Каково общественно-эффективное производство меда? Если фирмы остаются разделенными, то какую субсидию требуется предоставить производителю меда, чтобы выйти на общественно-эффективный уровень производства?

3. Пусть владелец хозяйства 1 разводит кроликов, которые нередко поедают капусту, выращиваемую владельцем соседнего хозяйства 2.

Общие затраты на разведение кроликов:

$$TC_1 = 0.1 Q_1^2 + 5Q_1 - 0.1 Q_2^2.$$

Общие затраты на выращивание капусты:

$$TC_2 = 0.2 Q_2^2 + 7Q_2 + 0.025 Q_1^2.$$

Пусть цена единицы продукции, производимой в том и другом хозяйстве, одинакова и равна 15 ден. ед. На рынках кроликов и капусты — совершенная конкуренция. Каждое хозяйство максимизирует прибыль.

а) Каков выпуск и максимальная прибыль от производства кроликов и капусты при раздельном ведении хозяйства у каждого из владельцев?

б) Предположим, что государство решило отрегулировать внешние эффекты через налоги и субсидии. Каковы оптимальный налог и субсидия на единицу продукции?

в) Предположим, что есть возможность использовать наряду с потоварными налогами и субсидиями неискажающий налог, который должен перераспределить

доходы хозяйств так, чтобы оставить прибыль хозяйств неизменной (такой же, как при раздельном ведении хозяйства). Какова должна быть общая величина такого налога? Каков чистый выигрыш общества от использования неискажающего налогообложения?

г) Предположим, что огородник и кроликовод организовали совместное хозяйство (объединили свои предприятия). Каков будет оптимальный выпуск и прибыль нового хозяйства? На какую величину изменится прибыль по сравнению с раздельным хозяйствованием? Сравните ее с чистым выигрышем общества от использования неискажающего налогообложения и сделайте соответствующий вывод.

4. Предположим, что функции затрат двух фирм, производящих одно и то же благо:

$$TC_1 = 2Q_1^2 + 20Q_1 - 2Q_1Q_2,$$

$$TC_2 = 3Q_2^2 + 60Q_2.$$

а) Определите выпуск каждой из фирм при предположении, что фирмы приравнивают их частные предельные затраты ( $MC$ ) к рыночной цене ( $P = 240$ ).

б) Определите выпуск каждой из фирм при предположении, что они приравнивают свои общественные предельные затраты ( $MSC$ ) к рыночной цене.

в) Определите корректирующую внешний эффект потоварную субсидию.

г) Определите величину неискажающего налога и чистый выигрыш общества («общественный дивиденд»).

### К лекции 46

1. В поселке  $N$  проживает 1000 чел. Их интересуют только фейерверки и водка. Они устраивают фейерверки только на Новый год. Ради запуска одного фейерверка нужно пожертвовать 1 л водки. Все жители имеют абсолютно одинаковые предпочтения (одинаковые функции полезности). Функция полезности каждого жителя

$$U(X_i, G) = X_i + G^{1/2}/20,$$

где  $X_i$  — количество литров водки, потребляемой за год одним жителем;  $G$  — количество запускаемых на Новый год

фейерверков. Частное использование фейерверков запрещено.

Каково парето-эффективное количество фейерверков?

2. Предположим, что в одной комнате проживают два студента — Сергей и Борис. Они расходуют свой доход на частные блага (такие, как еда, одежда) и «общественные» (холодильник, телевизор, радиоприемник), которыми пользуются совместно и совместно их финансируют. Функция полезности Сергея  $U_C = 2X_C + G$ , а функция полезности Бориса  $U_B = X_B G$ .  $X_C$  и  $X_B$  — количество денег, которые они расходуют на частные блага;  $G$  — количество денег, расходуемых на общественные блага. Они располагают годовым доходом в 8000 ден. ед., расходуемых на частные и общественные блага. Найдите парето-эффективное распределение этой суммы между частными и общественными благами.

3. В условиях совершенной конкуренции фирмы готовы поставить любой объем услуги при постоянных предельных издержках ( $MC$ ), равных 4 ден. ед.

а) Найдите эффективный объем предоставления услуги, если она представляет частное благо и спрос на нее со стороны двух потребителей определяется как:

$$Q_A = 40 - 2P,$$

$$Q_B = 20 - P.$$

б) Найдите эффективный объем предоставления услуги, если она представляет общественное благо при тех же функциях спроса на него у потребителей.

в) Представьте оба решения графически.

4. Имеется дорога из пункта  $A$  в пункт  $B$ , которая является перегружаемым общественным благом. Спрос на поездки из пункта  $A$  в пункт  $B$ , зависящий только от затрачиваемого на это времени, представлен функцией

$$h = 20 - 0.0005x,$$

где  $x$  — число поездок в течение дня;  $h$  — время (в ч) на одну поездку. Затрачиваемое на поездку время зависит от общего числа поездок:  $h = 2 + 0.001x$ . Поездка не влечет никаких других издержек. Ценность времени 2 ден. ед. за час.

а) Каково оптимальное число поездок?

б) Какой денежный налог надо взимать с водителя за одну поездку, с тем чтобы обеспечить оптимальное использование дороги?

### К лекции 47

1. Представьте себе следующие предпочтения индивидов  $A$ ,  $B$  и  $C$  в отношении трех альтернатив  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  (чем выше ранг, тем больше присвоенный ему номер).

Избиратели	Альтернативы		
	$X$	$Y$	$Z$
$A$	3	2	2
$B$	1	3	2
$C$	1	2	3

Теперь ответьте на следующие вопросы:

а) Нарушается ли при данных индивидуальных предпочтениях принцип транзитивности при определении общественного предпочтения?

б) Что означают однопиковые предпочтения? Изобразите их графически (на абсциссе — альтернативы, на ординате — ранги).

в) Поменяйте индивидуальные предпочтения таким образом, чтобы появились многопиковые предпочтения. Что они означают? Изобразите их графически.

г) Какое необходимое условие существования функции общественного благосостояния (по Эрроу) нарушается при многопиковых предпочтениях?

д) Какова роль медианного избирателя в определении общественного выбора между альтернативами в рассмотренных примерах?

2. В таблице дана «интенсивность» предпочтений между двумя альтернативами ( $X$  и  $Y$ ) каждой политической партии ( $A$ ,  $B$  и  $C$ ) в парламенте, выраженная в числовой форме.

На основе имеющейся информации ответьте на следующие вопросы:

а) Каков будет исход голосования (общественный выбор) при независимом голосовании? (*Подсказка*: каждая из

партий голосует «за» только при положительном значении интенсивности предпочтений, а при отрицательном — «против»).

б) Каков будет исход голосования при наличии «логроллинга»?

в) Выиграет ли общество или проиграет в результате «логроллинга» в данном случае при условии, что партии адекватно отражают весь спектр предпочтений?

г) Подберите такие значения интенсивности предпочтений, чтобы получился ответ, противоположный ответу на вопрос а).

Политические партии	Альтернативы	
	$X$	$Y$
$A$	-3	-3
$B$	6	-3
$C$	-2	7

3. Одним из способов выявления общественных предпочтений является «Борда-счет», также известный как голосование на основе порядка рангов. Каждого голосующего просят проанжировать все альтернативы. Если имеется 10 альтернатив, голосующий присваивает наиболее предпочтительной из них ранг 1, второй после нее — ранг 2, и т.д. Затем присвоенные голосующими ранги суммируются по всем альтернативам. Общая сумма рангов по какой-либо альтернативе и называется «Борда-счет». Если для любых двух альтернатив, скажем  $X$  и  $Y$ , «Борда-счет» по  $X$  меньше или равен «Борда-счету» по  $Y$ , то тогда альтернатива  $X$  с точки зрения общественных предпочтений по меньшей мере столь же хороша, что и альтернатива  $Y$ . Предположим, что выбор осуществляется из ограниченного числа альтернатив и что каждый индивид имеет полные, рефлексивные и транзитивные предпочтения.

Теперь сравните два типа общественных предпочтений, определенных из различных индивидуальных предпочтений на основе «Борда-счета», и ответьте, какое из условий теоремы Эрроу нарушается при таком методе выявления общественных предпочтений.

Предпочтения 1				Предпочтения 2			
избиратели	альтернативы			избиратели	альтернативы		
	X	Y	Z		X	Y	Z
A	3	2	1	A	3	1	2
B	2	1	3	B	2	1	3
C	2	1	3	C	2	1	3
Сумма	7	4	7	Сумма	7	3	8

**К лекции 48**

1. Функция спроса на продукцию монополиста  $P = 10Q^{-1/2}$ , а функция предельных издержек  $MC = Q^2$ .

Найдите потери благосостояния, обусловленные монополией:

а) в случае, если монополия устанавливается без поиска ренты;

б) в случае, если монополия устанавливается в результате поиска ренты и

4. Решить ту же задачу при следующих характеристиках второй градации:

$$P_2^D = 40 - 0.5Q, \quad Q_2^S = P - 40.$$

**К лекции 49 и**

**Математическому приложению**

1. Предположим, что фермер сталкивается со следующими альтернативами, представленными в платежной матрице:

Вариант действий	Доход (y), ден. ед.	
	дожди	засуха
Не удобрять	50	10
Удобрять	30	20
Вероятности	(0.5)	(0.5)

имеет место 100%-ное растрачивание ренты (затраты на поиск ренты равны «прямоугольнику Таллока»).

2. Существуют две градации качества некоторого товара. При совершении сделки продавец знает, к какой градации относится продаваемый экземпляр изделия, а покупатель не знает. Спрос на каждую градацию описывается функциями:

$$P_1^D = 100 - 0.5Q, \quad P_2^D = 80 - 0.5Q,$$

предложение — функциями:

$$Q_1^S = P - 60, \quad Q_2^S = P - 40.$$

Считая покупателей нейтральными по отношению к риску, определить равновесную цену и равновесные объемы продаж по каждой градации качества.

3. Решить предыдущую задачу, изменив характеристики второй градации качества:

$$P_2^D = 60 - 0.5Q, \quad Q_2^S = P - 20.$$

а) Что стал бы делать фермер:

1) рискофил; 2) нейтральный к риску; 3) рискофоб.

б) Проиллюстрируйте ситуацию на соответствующем графике.

**К лекции 50**

1. Воспользуйтесь условиями задачи 2 к лекциям 41 и 42 (скорректировав их с учетом сокращения общего количества задействованного труда и допустив, что на каждого индивида приходится половина общего фонда рабочего времени). Предположим, что государство решило проявить «заботу о трудящихся» и из благих побуждений установило минимальную ставку зарплаты, равную 12 ден. ед.

Просчитайте последствия такой акции государства для: а) занятости; б) выпуска; в) доходов индивидов; г) полезностей индивидов. (Воспользуйтесь результатами решенной задачи 2 к лекциям 41 и 42). Сделайте соответствующие выводы.