

Модель фирмы с департаментом по привлечению новых покупателей (preliminary and incomplete)

Шамиль Шарапудинов
НИУ ВШЭ (СПб)
10 декабря 2014г.

1. Введение

- Рассматривается модель фирмы, имеющей в своем составе департамент по привлечению новых клиентов (департамент продаж).
- Департамент продаж имеет свою целевую функцию
- Фирма, учитывая поведение департамента, максимизирует собственную целевую функцию.
- Анализируется поведение департамента с точки зрения определения оптимального количества привлеченных покупателей.
- Анализируется поведение фирмы с учетом поведения департамента продаж

2. Модель. Базовые предпосылки

- Спрос на продукцию фирмы предъявляют идентичные потребители.
- Спрос каждого потребителя представлен линейной функцией: $p(q) = a - bq$
- Рыночный спрос на продукцию фирмы можно представить в виде: $p(q) = a - \frac{1}{\gamma}bq$
- Параметр γ обозначает общее число покупателей.
- Геометрическая интерпретация: увеличение γ приводит к сдвигу линии обратного рыночного спроса вправо вокруг экзогенного параметра a .

2. Модель. Базовые предпосылки (2)

- В данной модели \mathcal{U} является эндогенным параметром и определяется поведением департамента продаж.
- Департамент продаж получает долю φ от общей выручки фирмы в качестве вознаграждения ($0 \leq \varphi \leq 1$).
- Доля φ и цена на продукцию p определяются поведением фирмы.
- Предельные издержки фирмы равны нулю.

2.1. Модель. Поведение департамента продаж

- Обратная функция спроса: $p(q) = a - \frac{1}{\gamma}bq$
- Департамент продаж не может влиять на цену, которую устанавливает фирма.
- Таким образом, равновесное значение q^* можно получить из равенства: $\bar{p} = a - \frac{1}{\gamma}bq$
- Откуда : $q^*(\gamma) = \frac{(a - \bar{p})}{b}\gamma$
- Предположим, что привлечение новых клиентов требует от департамента продаж возрастающих предельных «усилий».

2.1. Поведение департамента продаж (2)

- «Усилия» департамента при привлечении новых покупателей продаж можно представить в виде функции: $f(\gamma) = \gamma^\sigma$, где $\sigma > 1$

- Таким образом, целевая функция департамента продаж может быть представлена в виде:

$$\Phi_1 = \varphi \cdot \bar{p} \cdot q^*(\gamma) - \gamma^\sigma \rightarrow \max_{\gamma}$$

- Учитывая, что $q^*(\gamma) = \frac{(a - \bar{p})}{b} \gamma$, целевую функцию отдела продаж можно переписать в виде:

$$\Phi_1 = \varphi \cdot \bar{p} \cdot \frac{(a - \bar{p})}{b} \gamma - \gamma^\sigma \rightarrow \max_{\gamma}$$

2.1. Поведение департамента продаж (3)

- Целевая функция: $\Phi_1 = \varphi \cdot \bar{p} \cdot \frac{(a - \bar{p})}{b} \gamma - \gamma^\sigma \rightarrow \max_{\gamma}$
- Можно показать, что $\Phi_1(\gamma)$ достигает своего максимума в точке, в которой производная функции равна нулю.

$$F.O.C. \quad \frac{d\Phi_1}{d\gamma} = \varphi \cdot \bar{p} \cdot \frac{(a - \bar{p})}{b} - \sigma \gamma^{\sigma-1} = 0$$

- Откуда $\gamma^* = \left(\varphi \frac{\bar{p}(a - \bar{p})}{\sigma b} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}}$
- Таким образом, существует оптимальное количество покупателей с точки зрения департамента продаж.

2.2. Модель. Поведение фирмы

- Фирма, учитывая поведения продаж, максимизирует собственную целевую функцию, выбирая значения параметров φ и p .
- Так как предельные издержки равны нулю, целевая функция фирмы имеет следующий вид:

$$\Phi_2 = p \cdot q^*(\gamma(\varphi)) - \varphi \cdot p \cdot q^*(\gamma(\varphi)) \rightarrow \max_{p, \varphi}$$

- Учитывая, что $q^*(\gamma) = \frac{(a - \bar{p})}{b} \gamma$ и $\gamma^* = \left(\varphi \frac{\bar{p}(a - \bar{p})}{\sigma b} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}}$ целевую функцию фирмы можно переписать в следующем виде:

2.2. Модель. Поведение фирмы (2)

- Целевая функция фирмы:

$$\Phi_2 = p \frac{(a-p)}{b} \left(\frac{\varphi p (a-p)}{\sigma b} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} (1-\varphi) \rightarrow \max_{p, \varphi}$$

- Найдем стационарные точки:

$$F.O.C. \begin{cases} \frac{\partial \Phi_2}{\partial p} = \frac{\sigma}{\sigma-1} [p(a-p)]^{\frac{1}{\sigma-1}} (a-2p) = 0 \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} = -\frac{p}{\sigma-1} \frac{(a-p)}{b} \left[\frac{p(a-p)}{\sigma b} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \varphi^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} + \frac{\sigma}{\sigma-1} \frac{(a-p)}{b} \left[\frac{p(a-p)}{\sigma b} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \varphi^{\frac{2\sigma-1}{\sigma-1}} = 0 \end{cases}$$

- Решая данную систему, получаем 3 стационарные точки $M(p, \varphi) : M_1(a; \frac{1}{\sigma}), M_2(a/2; \frac{1}{\sigma}), M_3(0; \frac{1}{\sigma})$

2.2. Модель. Поведение фирмы (3)

- Можно показать, что максимизирует целевую функцию пара: $p^* = a/2$, $\varphi^* = \frac{1}{\sigma}$.
- Таким образом, чем больше «усилий» необходимо прилагать департаменту продаж при привлечении покупателей, тем меньшую долю от общей выручки должна установить фирма данному департаменту в качестве вознаграждения для максимизации собственной целевой функции.

3. Заключение

- Мы рассмотрели модель фирмы, имеющей в своем составе департамент по привлечению новых клиентов (департамент продаж).
- Фирма и департамент продаж имели различные целевые функции.
- Мы выяснили, что существует оптимальное количество покупателей с точки зрения департамента продаж.
- Оптимальная доля от общей выручки, которую должна установить фирма в качестве вознаграждения для департамента продаж, обратно пропорциональна экзогенному параметру σ .

Спасибо за внимание!

sh2805@gmail.com