ЧАСТЬ VI
ОБЩЕЕ РАВНОВЕСИЕ И ОБЩЕСТВЕННОЕ БЛАГОСОСТОЯНИЕ

6.1 ЗАДАЧИ

ЗАДАЧА № 1

Рассмотрим экономику обмена с двумя индивидами, чьи функции полезности заданы как $U_1 = X_1^{\alpha} Y_1^{1-\alpha}$ и $U_2 = X_2^{\beta} Y_2^{1-\beta}$, где α, $\beta \in$ (0.1). Индивиды ведут себя как ценополучатели. В изначальном наделении индивид 1 располагает единицей блага Y, а индивид 2 — единицей блага X.

Рассчитайте равновесные цены и равновесное размещение благ между индивидами.

ЗАДАЧА № 2

Пусть имеется экономика с двумя индивидами — A и B. Их предпочтения представлены функциями полезности: $U_A\left(X_A, Y_A\right) = X_A^{1/2} Y_A^{1/2}$ и $U_B(X_B, Y_B) = X_B^{1/3} Y_B^{2/3}$. Индивид A изначально располагает 2 единицами блага X и ни одной единицей блага Y. Индивид B изначально располагает 3 единицами блага Y и ни одной единицей блага X.

Рассчитайте равновесные цены и равновесное размещение благ между индивидами.

Функция полезности индивида A: $U_A(X_A, Y_A) = X_A Y_A$. Функция полезности индивида B: $U_B(X_B, Y_b) = \min\{X_B, Y_B\}$.

ЗАДАЧА № 3

Индивид A изначально располагает 10 единицами блага Y и ни одной единицей блага X. Индивид B изначально располагает 20 единицами блага X и 5 единицами блага Y.

Рассчитайте равновесные цены и равновесное размещение благ между индивидами

ЗАДАЧА № 4

Функция полезности каждого индивида $U = Q_1^{0.5}Q_2^{0.5}$. Допустим, что в экономике предложение труда и капитала абсолютно неэластично и при этом $L = 100$ и $K = 100$. Производственные функции $Q_1 = K_1^{0.5}L_1^{0.5}$; $Q_2 = 1.5L_2$. Агрегированный доход в этой экономике есть просто сумма доходов факторов, т. е. $I = P_K K + P_L L$.

4.1. Выведите формулы для расчета спроса и предложения на товарном и факторном рынке и внесите их в таблицу VI.1 (*Подсказка*: используйте лемму Шепарда, согласно которой $L = \dfrac{\partial C}{\partial P_L}$; $K = \dfrac{\partial C}{\partial P_K}$.)

Таблица VI.1

Двухсекторная конкурентная экономика

Рынки товаров		
Товар 1		
Спрос:	$Q_1 =$	(1)
Предложение:	$P_1 =$	(2)
Товар 2		
Спрос:	$Q_2 =$	(3)
Предложение:	$P_2 =$	(4)
Рынки факторов		
Рынок капитала		
Спрос	$K_D = K_1 + K_2 =$	(5)
Предложение	$K_S = 100$	(6)
Рынок труда		
Спрос	$L_D = L_1 + L_2 =$	(7)
Предложение	$L_S = 100$	(8)

4.2. Рассчитайте равновесные цены товаров и факторов, равновесные количества товаров без привлечения рынка труда (*Подсказка*: примите цену капитала за счетную цену, *numeraire*.)

4.3. Покажите, что спрос на рынке труда равен предложению.

4.4. Определите, какая доля общего количества располагаемого труда задействована в производстве каждого из товаров. Найдите доход труда и доход капитала в данной экономике.

ЗАДАЧА № 5

Предположим, что индивид 1 обладает 78 единицами блага X и ни одной единицей блага Y. Его функция полезности $U_1 = X_1Y_1 + 2X_1 + 5Y_1$. Допустим, что индивид 2 обладает 164 единицами блага Y и ни одной единицей блага X. Его функция полезности $U_2 = X_2Y_2 + 4X_2 + 2Y_2$.

Подсчитайте, каковыми будут соотношения равновесных цен и какова парето-эффективная комбинация благ (*Подсказка*: для решения используйте понятие избыточного спроса индивидов на блага X и Y — E_{x1}, E_{y1}, E_{x2}, E_{y2}, выразите через них X_1, Y_1, X_2, Y_2 в соответствующих функциях полезности индивидов.)

ЗАДАЧА № 6

В «экономике обмена» 1000 единиц блага X и 1000 единиц блага Y, а также 2 индивида (индивид 1 и индивид 2). Функция полезности индивидов $U_1 = X_1^{2/3}Y_1^{1/3}$ и $U_2 = X_2^{1/3}Y_2^{2/3}$.

6.1. Заполните нижеследующую таблицу и по ее данным постройте контрактную кривую в коробке Эджуорта.

	X_1	Y_1	$U_1 = X_1^{2/3}Y_1^{1/3}$	X_2	Y_2	$U_2 = X_2^{1/3}Y_2^{2/3}$
A	0	0		1000	1000	
B	100					
C	200					
D	300					
E	400					
F	500					
G	600					
H	700					
I	800					
J	900					
K	1000					

6.2. Предположим, что индивиды 1 и 2 изначально имеют в своем распоряжении по 500 единиц блага X и Y каждый. Обозначьте это изначальное размещение как точку S в коробке Эджуорта. Найдите любое иное распределение благ, которое приведет к повышению благосостояния каждого индивида по сравнению с изначальным состоянием. Обозначьте его как точку O на контрактной кривой.

6.3. Каковы MRS_{XY} для индивидов 1 и 2 в точке A? Как на основе полученных значений можно судить, какой из индивидов будет отдавать благо X за благо Y, а какой, наоборот, будет отдавать благо Y в обмен на благо X при продвижении из точки A в точку O?

ЗАДАЧА № 7

Пусть экономика состоит из двух индивидов, потребляющих два блага (X и Y). Индивид 1 изначально обладает благом X в количестве $X_1 = 30$ единиц и благом Y в количестве $Y_1 = 120$ единиц. Индивид 2 изначально обладает благом X в количестве $X_2 = 180$ единиц и благом Y в количестве $Y_2 = 90$ единиц. Их функции полезности $U_1 = X_1Y_1$ и $U_2 = X_2Y_2$ соответственно.

7.1. Нарисуйте коробку Эджуорта, отвечающую этой экономике.

7.2. Каковы уравнения кривых безразличия, проходящих через точку изначального размещения благ между индивидами? Изобразите их в коробке Эджуорта.

7.3. Заштрихуйте область, представляющую парето-улучшение по отношению к изначальному размещению благ между индивидами.

7.4. Каково уравнение контрактной кривой в данной экономике? Изобразите ее в коробке Эджуорта.

7.5. Определите две крайние точки на контрактной кривой, ограничивающие ядро экономики обмена (выразите их координаты через значения X_1 и Y_1).

7.6. Предположим, что некий «секретарь рынка» объявил цены благ. $P_X = 1$ денежной единице (д. е.), $P_Y = 2$ д. е. Более того, он изъял блага у каждого индивида и заменил их деньгами. Затем «секретарь рынка» предложил каждому заказать у него такое количество благ, которое максимизирует его полезность при данном бюджетном ограничении.

Какое количество благ X и Y закажут индивиды 1 и 2? Сможет ли «секретарь рынка» удовлетворить их заявки? Будет ли заказанная комбинация благ эффективной?

7.7. «Секретарь рынка» поднял P_X до 2 д. е., соблюдая все прежние условия. Сможет ли он теперь удовлетворить заявки? Будет ли финальное размещение благ эффективным, и если да, то почему?

7.8. Определите полезности индивидов 1 и 2, используя ответ на предыдущий пункт, и сравните их с соответствующими полезностями в исходном состоянии. Подсчитайте изменение полезности каждого индивида. Является ли переход из исходного состояния в состояние из предыдущего пункта парето-улучшением? Какова суммарная полезность индивидов в предыдущем пункте, насколько она изменилась по сравнению с исходным состоянием и может ли она быть повышена за счет иного размещения благ между ними?

ЗАДАЧА № 8

Пусть экономика состоит из двух индивидов, потребляющих два блага (X и Y). Функции полезности индивидов 1 и 2 $U_1 = X_1^{0.5}Y_1^{0.5}$ и $U_2 = X_2^{0.5}Y_2^{0.5}$ соответственно. Экономика располагает 10 единицами блага X ($X_1 + X_2 = 10$) и 10 единицами блага Y ($Y_1 + Y_2 = 10$).

8.1. Определите выражение для границы возможных полезностей. Постройте график этой границы.

8.2. Если изначальное размещение благ $X_1 = 2$, $Y_1 = 2$; $X_2 = 8$, $Y_2 = 8$, то каковы полезности индивидов 1 и 2? Постройте коробку Эджуорта, контрактную кривую и отметьте точку изначального размещения.

8.3. «Секретарь рынка» решил, что полезность индивида 1 (U_1) должна равняться 6 единицам, а полезность индивида 2 — 4 единицам. Покажите в коробке Эджуорта возможные перераспределения благ, которые при неизменных равновесных ценах обеспечат желаемое «секретарем рынка» распределение полезностей.

ЗАДАЧА № 9

В экономике производятся два блага X и Y с помощью капитала (K) и труда (L). Общее располагаемое количество капитала и труда $60L$ и $70K$. Описывающие производственный процесс изокванты представлены как X_1, X_2, X_3 и Y_1, Y_2, Y_3 (таблица).

Изокванты X						Изокванты Y					
X_1		X_2		X_3		Y_1		Y_2		Y_3	
L_X	K_X	L_X	K_X	L_X	K_X	L_Y	K_Y	L_Y	K_Y	L_Y	K_Y
5	55	25	45	15	65	5	20	10	50	35	60
15	25	35	35	40	55	20	15	25	35	45	45
30	15	50	30	55	55	55	15	40	35	55	40

9.1. Используйте содержащуюся в таблице информацию для построения в коробке Эджуорта для производства отвечающих данным таблицы изоквант. Обозначьте точки касания изоквант X_1 и Y_3, X_2 и Y_2, X_3 и Y_1 как A, B и C соответственно.

9.2. На основе данных таблицы определите точку (назовем ее I), в которой пересекаются изокванты X_1 и Y_1.

а) Объясните, почему точка I не является точкой оптимума. Что позволяет говорить о точках касания изоквант X и Y как точках оптимума?

б) Известны координаты двух точек касательной к изоквантам X_2 и Y_2, проходящей через точку их касания друг с другом ($25K_X$, $55L_X$ и $22.5K_Y$, $50L_Y$). Рассчитайте $\mathrm{MRTS}_{L,K}$ в точке касания между двумя изоквантами.

9.3. Постройте контрактную кривую для производства в коробке Эджуорта, соединяющую начала координат (точки 0^X и 0^Y) и точки A, B и C.

9.4. Даны следующие значения изоквант для благ X и Y: $X_1 = 40$, $Y_3 = 90$; $X_2 = 100$, $Y_2 = 60$; $X_3 = 120$, $Y_1 = 30$.

а) Постройте по этим точкам кривую продуктовой трансформации (границу производственных возможностей).

б) Перенесите точки A, B, C и I из коробки Эджуорта на рисунок с кривой трансформации и объясните, что означает нахождение в точке I?

в) Продлите кривую трансформации до соединения ее с осью OX в точке T, где $X = 125$, и с осью OY в точке T', где $Y = 100$. Предположим, что на отрезке $T'A$ между точками

T' и A расположена некая точка F. Будет ли перемещение в нее из точки I парето-улучшением?

9.5. Представьте, что рассматриваемая здесь экономика — «экономика Робинзона» и что кривая продуктовой трансформации представлена в ней прямой, соединяющей точки T и T'. Какой должно быть значение MRS_{XY} для Робинзона, если достигается равновесие в производстве и потреблении?

9.6. Предположим, что «вальрасовский аукционист» назначил в «экономике Робинзона» (под таковой подразумевается условная модель экономики, где производителем и потребителем является один-единственный индивид) цены благ: $P_X = 5$ д. е., а $P_Y = 4$ д. е. Обеспечит ли они парето-эффективность? Если нет, то подскажите, какую цену на благо X следует назначить «аукционисту» для достижения парето-эффективности в «экономике Робинзона» при условии, что цена блага Y не меняется?

ЗАДАЧА № 10

Пусть в экономике производятся только 2 блага — X и Y. Их производственные функции:

$$X = L_X^{1/2} K_X^{1/2};$$

$$Y = L_Y^{2/3} K_Y^{1/3}.$$

При этом экономика располагает общим количеством капитала ($K_T = K_X + K_Y = 100$) и общим количеством труда ($L_T = L_X + L_Y = 200$).

10.1. Постройте коробку Эджуорта для производства, определите координаты пяти точек контрактной кривой для производства и используйте их для построения этой кривой в коробке Эджуорта. (*Подсказка*: выразите, например, L_X через K_X и рассчитайте значения L_X при следующих значениях K_X: 0, 25, 50, 100.)

10.2. Производство какого из благ капиталоинтенсивно и почему? Каково соотношение капиталоинтенсивности в производстве благ X и Y?

ЗАДАЧА № 11

В экономике имеется фиксированное количество двух факторов производства — труда (L) и капитала (K). Они полностью задействованы в производстве двух благ — X и Y. Граница производственных возможностей (кривая продуктовой трансформации) представлена как $X^2 + 9Y^2 = 100$.

11.1. Найдите выражение для предельной нормы продуктовой трансформации MRPT_{XY} через X.

11.2. Покажите, что кривая продуктовой трансформации вогнута по отношению к началу координат. Какую экономическую интерпретацию можно дать этому факту?

11.3. Если для двух индивидов (A и B) $\mathrm{MRS}_{XY}^{A} = \mathrm{MRS}_{XY}^{B} = -\frac{4}{7}$, то какова должна быть парето-оптимальная структура выпуска благ?

ЗАДАЧА № 12

Пусть в стране Дураков два блага — X (пушки) и Y (масло) — производятся только с помощью труда. Производственные функции для этих благ:

$$X = \sqrt{L_X}; \quad Y = 0.5\sqrt{L_Y},$$

где L_X и L_Y — количества труда, затраченные на выпуск X и Y соответственно.

12.1. Если предложение труда $L_X + L_Y = 100$, определите крайние точки кривой продуктовой трансформации и предельную норму продуктовой трансформации (MRPT_{XY}).

12.2. Пусть функция общественного благосостояния Дураков $U(X, Y) = \sqrt{XY}$. Определите оптимальные количества благ (X^* и Y^*) и общественную полезность.

12.3. Пусть «аукционист» назначил цены $P_X =1$, $P_Y = 2$. Обеспечат ли они парето-эффективность? Рассчитайте ценность выпуска при этих ценах.

12.4 Предположим, что $X = 8$. Каковыми будут теперь общественная полезность и ценность выпуска. Объясните их отклонения от полученных в (6.3) результатов.

12.5. Страна Дураков угрожает войной стране Баранов. Новая функция общественного благосостояния Дураков $U(X, Y) = X^{0.75}Y^{0.25}$ отражает смещение предпочтения общества в пользу пушек. Определите новые оптимальные количества благ (X^* и Y^*), соотношение цен $\left(\frac{P_X^*}{P_Y^*}\right)$ и изменение занятости в результате подготовки к войне.

12.6 Страна Баранов заключила союз со страной Козлов и вынудила страну Дураков подписать долгосрочное мирное соглашение. Функция общественной полезности Дураков в результате становится $U(X, Y) = X^{0.25}Y^{0.75}$. Определите новые оптимальные количества благ (X^* и Y^*), соотношение цен $\left(\frac{P_X^*}{P_Y^*}\right)$ и изменение занятости по сравнению с периодом подготовки к войне.

ЗАДАЧА № 13

Пусть граница возможных полезностей между двумя индивидами (A и B) представлена как $U_A + 2U_B = 200$.

13.1. Постройте ее график.

13.2. «Творец политики» — приверженец философского учения Ницше и соответственно максимизирует так называемую ницшеанскую функцию общественного благосостояния, $W(U_A, U_B) = \max\{U_A, U_B\}$. Каковы будут оптимальные с его точки зрения U_A и U_B?

13.3. «Творец политики» — приверженец философского учения Роулса, и соответственно максимизирует роулсианскую функцию общественного благосостояния:

$$W(U_A, U_B) = \max\{U_A, U_B\}.$$

Каковы будут оптимальные с его точки зрения U_A и U_B?

13.4. «Творец политики» — приверженец философского учения Бентама и максимизирует простую утилитаристскую функцию общественного благосостояния:

$$W(U_A, U_B) = U_A + U_B.$$

Каковы будут оптимальные с его точки зрения U_A и U_B?

13.5. «Творец политики» согласен с концепцией общественного благосостояния Нэша и, соответственно, максимизирует функцию общественного благосостояния Бернулли–Нэша, представленную в виде функции Кобба–Дугласа, $W(U_B, U_B) = U_A^{0.5} \cdot U^{0.5}$.

13.6. Покажите на рисунке точки социальных оптимумов и изобразите соответствующие им кривые равного общественного благосостояния.

ЗАДАЧА № 14

«Творец политики» хочет распределить доход между двумя индивидами (A и B) так, чтобы максимизировать свое представление об общественном счастье, выраженном функцией общественного благосостояния $W = Y_A^{0.5} + Y_B^{0.5}$, где Y_A и Y_B — доход соответствующего индивида. Предположим, что всего он может распределить 100 денежных единиц (д. е.) так, что $Y_A + Y_B = 100$.

14.1. Какое количество д. е. получит каждый из индивидов?

14.2. Предположим, что для «творца политики» стало почему-либо «дороже» давать деньги индивиду A, чем индивиду B. В результате он может распределить 100 д. е. так, что $2Y_A + Y_B = 100$. Какое количество д. е. получит теперь каждый из индивидов?

ЗАДАЧА № 15

Пусть «творец политики» представляет себе общественное благосостояние как $W = \sum_{i=1}^{2} \frac{[U(y_i)]^{1-e}}{1-e}$, где $U(y_i) = y_i$ для $i = 1, 2$ есть индивидуальная полезность дохода. Ресурсное ограничение в этой экономике задано как $\sum_{i=1}^{2} y_i = 1$.

15.1. Каков наклон кривой равного общественного благосостояния?

15.2. При каком значении e наклон кривой равного общественного благосостояния равен –1? Какому критерию общественного благосостояния отвечает такая ситуация?

15.3. Какое распределение дохода выберет «творец политики»? Будет ли оно зависеть от e?

15.4. Предположим, что ресурсное ограничение меняется и становится равным $\alpha y_1 + y_2 = 1$, где $\alpha > 1$. Какое теперь распределение дохода выберет «творец политики»? (*Подсказка*: выразите оптимальные значения y_1 и y_2 через α и e.)? Каков экономический смысл параметров e и α?

ЗАДАЧА № 16

Адам и Ева изначально не имеют ничего, но «творец политики» должен разделить дар в 100 д. е. так, что Адам получает x (что есть также его полезность), а Ева получает y (что также есть ее полезность). Причем остающиеся после раздела неразделенные остатки ($100 - x - y$) выбрасываются.

16.1. Что представляет собой набор всех достижимых аллокаций?

16.2. Что есть набор всех парето-эффективных аллокаций?

16.3. Аллокация z называется *свободной от зависти*, если $U_i(z_i) \geq U_i(z_j)\ \forall\ i,\ j$ таких, что $i \neq j$. Каков набор всех свободных от зависти аллокаций в этом случае?

16.4. Какие величины x и y должны быть выбраны «творцом политики» согласно утилитаристскому и максиминному критериям?

16.5. Предположим, что изначально Адам располагает 50 д. е., а у Евы их нет. Какие величины x и y теперь должен выбрать «творец политики» согласно утилитаристскому и максиминному критериям?

16.6. Предположим, что альтернативной затратой на передачу Адаму 1 д. е. является передача Еве 2 д. е. Какие величины x и y в этом случае должен выбрать «творец политики» согласно максиминному и утилитаристскому критериям?

ЗАДАЧА № 17

Даны следующие состояния экономики, которая состоит из двух индивидов (A и B) и двух благ (X и Y):

	X_A	X_B	$\sum X$	Y_A	Y_B	$\sum Y$
Состояние 0	10	10	20	10	10	20
Состояние 1	9	13	22	13	9	22
Состояние 2	9	9	18	13	13	26

Функции полезности индивидов A и B: $U_A = X_A Y_A$; $U_B = X_B Y_B$

17.1. Можно ли ранжировать эти состояния и как, если использовать критерии Парето и Калдора?

17.2. Как можно ранжировать эти состояния, если использовать простую (невзвешенную) утилитаристскую и роулсианскую функции общественного благосостояния?

ЗАДАЧА № 18

Пусть химзавод расположен выше по реке, а пивзавод — ниже. Производственная функция химзавода $Y = 2000L_Y^{0.5}$, где Y — его продукция, а L_Y — количество работников. У пивзавода такая же производственная функция, но на его выпуск может влиять загрязнение реки химзаводом:

$$X = 2000L_x^{0.5}(Y - Y_0)^{\alpha} \quad (\text{для } Y > Y_0);$$

$$X = 2000L_x^{0.5} \quad (\text{для } Y \leq Y_0),$$

где Y_0 представляет естественную способность реки к абсорбции загрязнителей. Если $\alpha = 0$, то выпуск химзавода не влияет на производство пивзавода; если $\alpha < 0$, то превышение Y над Y_0 вызывает снижение выпуска пивзавода.

Оба завода работают на рынки с совершенной конкуренцией. $P_X = 1$ и $P_Y = 1$, а зарплата работников (w) у них составляет 50 д. е.

18.1. Каков будет наем работников и выпуск заводов при $\alpha = 0$?

18.2. Каков будет наем работников и выпуск заводов при $\alpha = -0.1$ и $Y_0 = 38\,000$?

18.3. Рассчитайте налоговую ставку, которая снизит выпуск химзавода до $Y_0 = 38\,000$. Как он повлияет на цену продукции и наем работников химзаводом? Каковы будут наем и выпуск пивзавода?

ЗАДАЧА № 19

Некая фирма в совершенно конкурентной отрасли запатентовала новую технологию, благодаря которой она в состоянии снизить средние затраты и получать экономическую прибыль.

19.1. Если рыночная цена ее продукции (P) равна 20 д. е. за единицу, а $MC = 0.4Q$, то сколько всего единиц продукции (Q) выпустит фирма?

19.2. Предположим, что был обнаружен факт загрязнения окружающей среды этой технологией. Предельные общественные затраты (MSC) равны $0.5Q$. Если $P = 20$, каков общественно оптимальный выпуск фирмы? Какой должна быть ставка налога, чтобы обеспечить этот уровень выпуска?

19.3. Представьте полученные результаты графически.

ЗАДАЧА № 20

Предположим, что пасека расположена рядом с яблочным садом, принадлежащим другому владельцу. И пасека, и яблочный сад — фирмы в условиях совершенной конкуренции. Общие затраты на производство меда $TC_1 = Q_1^2/100$, а общие затраты на выращивание яблок $TC_2 = Q_2^2/100 - Q_1$. Цена меда (P_1) равна 2 д. е., а цена яблок (P_2) равна 3 д. е.

20.1. Каков будет равновесный выпуск меда и яблок, если каждая фирма действует независимо?

20.2. Предположим, что пасечник и садовод объединились. Каково будет максимизирующее прибыль объединенной фирмы производство меда и яблок?

20.3. Каково общественно эффективное производство меда? Если фирмы остаются разделенными, то какую субсидию требуется предоставить производителю меда, чтобы выйти на общественно эффективный уровень производства?

ЗАДАЧА № 21

Пусть владелец хозяйства № 1 разводит кроликов, которые нередко поедают капусту, выращиваемую владельцем соседнего хозяйства № 2.

Общие затраты на разведение кроликов:

$$TC_1 = 0.1Q_1^2 + 5Q_1 - 0.1Q_2^2.$$

Общие затраты на выращивание капусты:

$$TC_2 = 0.2Q_2^2 + 7Q_2 + 0.025Q_1^2.$$

Пусть цена единицы продукции, производимой в том и другом хозяйстве, одинакова и равна 15 д. е. На рынках кроликов и капусты — совершенная конкуренция. Каждое хозяйство максимизирует прибыль.

21.1. Каковые выпуск и максимальная прибыль от производства кроликов и капусты при раздельном ведении хозяйства у каждого из владельцев?

21.2. Предположим, что государство решило отрегулировать внешние эффекты через налоги и субсидии. Каковы оптимальный налог и субсидия на единицу продукции?

21.3. Предположим, что огородник и кроликовод организовали совместное хозяйство (объединили свои предприятия). Каковы будет оптимальный выпуск и прибыль нового хозяйства? На какую величину изменится прибыль по сравнению с раздельным хозяйствованием? Сравните ее с чистым выигрышем общества от использования неискажающего налогообложения и сделайте соответствующий вывод.

ЗАДАЧА № 22

На острове 2 озера и 20 рыбаков. Каждый рыбак может свободно выбирать озеро для рыбной ловли и на каждом из них добывает равный средний улов. На озере X общее количество выловленной рыбы задано как

$$F^X = 10L_X - 0.5L_X^2,$$

где L_X — количество рыбаков на озере X. Для озера Y улов определяется как $F^Y = 5L_Y$.

22.1. При такой организации общества на острове, каковым будет общее количество выловленной рыбы?

22.2. На острове власть захватил диктатор, который читал учебник экономики. Из него он заключил, что общий улов может быть увеличен путем ограничения рыбаков на озере X. Каково должно быть это ограничение, чтобы улов был максимален? Какова величина максимального улова?

22.3. Прочитав учебник экономики далее, диктатор понял, что такого же результата можно достичь с помощью продажи лицензий на рыбалку в озере X. Каковой должна быть цена лицензии (выраженной в количестве рыбы), обеспечивающая оптимальное распределение труда?

ЗАДАЧА № 23

Предположим, что в нефтяной промышленности Азиопии имеет место совершенная конкуренция и что все фирмы добывают нефть из единственного месторождения. Мировая цена равна 50 долл. за баррель, а затраты на эксплуатацию одной скважины равны 50 000 долл.

Общая добыча (Q) на этом месторождении зависит от количества скважин $Q = 5000N - N^2$.

23.1. Каковы будут равновесное количество скважин и равновесная добыча? Если расхождение между частными и общественными предельными затратами в нефтяной промышленности?

23.2. Предположим, что правительство Азиопии национализировало месторождение. Сколько скважин ему надо задействовать? Каков будет выход нефти с одной скважины? Какова будет общая добыча?

23.3. До правительства Азиопии дошло, что альтернативой национализации может быть лицензия на бурения скважин. Каковой должна быть плата за лицензию, если с ее помощью правительство намерено обеспечить оптимальное количество скважин?

ЗАДАЧА № 24

Фабрика сбрасывает сточные воды в озеро, которое используют для отдыха 1000 человек. Пусть X — объем сточных вод, а Y_i — количество часов в сутки, которые каждый индивид (i) использует для отдыха на озере. Если фирма сбрасывает X единиц сточных вод в озеро, то ее прибыль составляет $1200X - 100X^2$. Все индивиды имеют одинаковые функции полезности $U(Y_i, X) = 9Y - Y_i^2 - XY_i$, а также одинаковые доходы. Предположим также, что фабрика и индивиды принимают решения независимо друг от друга.

24.1. Сколько часов отдыха на озере выберет каждый из индивидов, если известно, что фабрика получает максимальную величину прибыли?

24.2. При данном количестве часов отдыха на озере, сколько готов заплатить каждый индивид за снижение загрязнения (X) на 1 единицу?

24.3. Хватит ли этим индивидам средств, чтобы заплатить фабрике за снижение сброса сточных вод на 1 единицу?

ЗАДАЧА № 25

Сто коттеджей расположены рядом друг с другом вокруг озера Зависти. Каждый коттедж имеет двух соседей: одного — слева, другого — справа. Имеется только одно благо, которое потребляется на лужайке перед каждым коттеджем (на виду двух соседей). В каждом коттедже рады потреблять это благо, но очень завидуют потреблению соседа слева. И, как это ни странно, никого не интересует потребление соседа справа. Функция полезности каждого потребителя $U(c, l) = c - l^2$, где c — собственное потребление, а l — потребление соседа слева. Предположим, что каждый потребляет 1 единицу блага.

25.1. Подсчитайте уровень полезности каждого потребителя.

25.2. Предположим, что каждый потребитель потребляет теперь только 3/4 единицы блага. Ухудшится или улучшится положение индивидов?

25.3. Каков наилучший для этих потребителей объем потребления при условии, что они потребляют одно и то же количество блага?

25.4. Какова численность наименьшей группы, которая должна кооперироваться к выгоде всех потребителей?

ЗАДАЧА № 26

Аэропорт расположен недалеко от земельного участка, который застраивает жилыми домами девелоперская фирма. Шум снижает ценность земли. Пусть X — число полетов в день, а Y — количество домов, которые строит девелопер. Общая прибыль аэропорта $\pi a = 48X - X2$, а девелопера $\pi d = 60Y - Y2 - XY$. Рассмотрим следующие ситуации.

26.1. «Свободные выбирать». Предположим, что аэропорт и девелопер принимают решения независимо. Найдите количество полетов и домов, прибыли фирм и их суммарную прибыль.

26.2. «Строгий запрет». Введен запретительный режим (девелопер вправе полностью запретить полеты). Какое количество домов построит девелопер и какую прибыль он получит, если полностью запретит полеты?

26.3. «Рай для юристов». Предположим, что принят закон, согласно которому аэропорт несет ответственность за весь причиненный девелоперу ущерб. Сколько домов построит девелопер и сколько полетов позволит себе аэропорт, если они максимизируют прибыли? Какова будет их суммарная прибыль?

26.4. «Конгломерат». Предположим, что некая третья фирма купила и аэропорт, и бизнес девелопера. Какое количество полетов и домов она выберет в целях максимизации прибыли? Какова будет прибыль фирмы?

26.5. «Сделка». Предположим, что аэропорт и девелопер остаются самостоятельными фирмами. Может ли девелопер увеличить свою чистую прибыль, полностью покрыв потери аэропорта от сокращения числа полетов на 1 единицу?

ЗАДАЧА № 27

Пусть химзавод (фирма 1) расположен выше по реке, а пивзавод (фирма 2) — ниже. Общие затраты химзавода $TC_1 = 10 + 15Q_1 + 0.25Q_1^2$. Цена единицы его продукции $P_1 = 40$. Химзавод загрязняет реку и тем самым повышает общие затраты пивзавода на очистку воды. Общие затраты пивзавода $TC_2 = 5 + 5Q_2 + 0.5Q_2^2 + Q_1^2$. Цена единицы его продукции $P_2 = 90$. На рынках продукции — совершенная конкуренция.

27.1. Режим свободного выбора. Каковы будут выпуски фирм и их прибыли (в том числе их суммарная прибыль)?

27.2. Введен запретительный правовой режим (фирма 2 может полностью запретить выпуск фирме 1). Каковой будет оптимальная плата («штраф») за единицу выпуска Q_1, которую установит фирма 2? Определите при этом выпуски фирм и их прибыли (в том числе их суммарную прибыль). Представьте решение графически.

27.3. Введен разрешительный правовой режим (фирма 1 может свободно выпускать продукцию). Каковой будет оптимальная плата («взятка») за единицу сокращения выпуска Q_1, которую будет уплачивать фирма 2? Определите при этом выпуски фирм и их прибыли (в том числе их суммарную прибыль). Представьте решение графически.

27.4. Представим, что фирмы объединились в один конгломерат. Каков будет выпуск им Q_1 и Q_2 и какой будет его прибыль?

27.5. Сведите полученные результаты в следующую таблицу

Выполняется ли теорема Коуза? В каких случаях достигается парето-эффективность?

№ п/п	Q_1	Q_2	π_1	π_2	π_Σ
1					
2					
3					
4					

ЗАДАЧА № 28

Пусть в коттеджном поселке в лесном массиве 2 группы владельцев участков (A и B). Их кривые спроса на обработку леса уничтожающим комаров составом $Q_A = 100 - P$ и $Q_B = 200 - P$. Предположим, что эта услуга может быть поставлена предприятиями, работающими на конкурентном рынке и имеющими одинаковые постоянные предельные затраты (МС = 140 д. е.).

28.1. Если уничтожение комаров — общественное благо, то каков его оптимальный объем?

28.2. Если эта услуга оказалась бы частным благом, то каков ее оптимальный объем?

28.3. Если правление поселка проголосовало бы за оптимальный объем этой услуги, то какую сумму налогов надо было бы собрать для полного покрытия ее стоимости? Каким образом распределились бы налоговые счета между группами, если бы они выписывались пропорционально получаемым ими выгодам от данного блага?

28.4. Представьте полученные решения графически.

ЗАДАЧА № 29

В комнате общежития проживают 2 студента. Они потребляют 2 блага: G — картины, X_i — пищу (измеренную в килокалориях). У них одинаковые функции полезности $U(G, X_i) = G^{1/3}Y^{2/3}$. Цена 1 картины — 100 д. е., цена 1 ккал. — 0.2 д. е. Каждый студент получает стипендию, равную 300 д. е., которую целиком расходует на эти два блага.

29.1. Университет сумел предоставить каждому из них отдельную комнату. Каков будет оптимальный уровень потребления G_i и X_i каждым из студентов? Определите индивидуальные полезности студентов и их сумму.

29.2. Бюджет университета сократился, и их снова поселили в одной комнате. При этом студент B сумел убедить студента A, что он абсолютно не интересуется живописью. Студент A все-таки покупает 1 картину. Определите индивидуальные полезности студентов и их сумму.

29.3. Покажите, что исход ситуации из предыдущего вопроса неэффективен и объясните почему.

29.4. Найдите эффективное количество G и X_i. Определите индивидуальные полезности студентов и их сумму при условии, что они поделили расходы на картины пополам. Является ли эта ситуация парето-улучшением по сравнению с исходом ситуации в вопросе 29.2? Что мешает ее достичь на основе добровольного соглашения?

29.5. Допустим, что студент A не смог убедить студента B платить за картины пополам. В результате студент B оплачивает только 25% стоимости картин, а студент A — 75%. Определите индивидуальные полезности студентов и их сумму. Является ли эта ситуация парето-улучшением по сравнению с исходом ситуации в вопросе 30.2? Может ли она быть достигнута на основе добровольного соглашения?

ЗАДАЧА № 30

В экономике производится одно частное благо (X) и одно общественное благо (G). Граница производственных возможностей $X^2 + 100G^2 = 5000$. В экономике 100 одинаковых индивидов с одинаковыми функциями полезности $U_i = X_i^{0.5}G^{0.5}$.

30.1. Если бы рынок для благ X и G был совершенно конкурентным, сколько бы этих благ было произведено? Какова была бы полезность каждого из индивидов?

30.2. Каков оптимальный уровень поставки благ X и G? Каковыми при этом будут полезности индивидов? Каким должен быть установлен налог на благо X по отношению к его рыночной цене, чтобы достичь таких результатов?

ЗАДАЧА № 31

В городе проживает 1000 жителей. Его жители потребляют одно общественное благо (G) и одно частное благо (X). У каждого жителя одинаковая функция полезности $U(X_i,G) = X_i — 100/G$. Цена единицы частного блага (P_X) = 1 д. е., а цена единицы общественного блага (P_G) = 10 д. е. Каждый проживающий в городе располагает денежным доходом, равным 1000 д. е.

31.1. Каким будет оптимальное количество единиц общественного блага?

31.2. Сколько единиц частного блага будет потреблять каждый житель, если расходы на общественное благо распределяются между ними поровну?

31.3. Каково бюджетное ограничение каждого жителя? Если он будет голосовать за общественное благо, максимизируя свою полезность при имеющемся у него бюджетном ограничении, то за какое количество G он проголосует? Будет ли количество общественного блага, запрошенного избирателями, больше, меньше или равно парето-эффективному?

ЗАДАЧА № 32

В таблице представлены ранги различных альтернатив (3 — высший ранг, 1 — низший). У трех партий — равное число мест в парламенте.

Голосующие	Альтернативы		
	мост	яхт-клуб	больница
Партия коррупционеров	3	2	1
Партия миллионеров	1	3	2
Партия пенсионеров	1	2	3

32.1. На основе данных таблицы установите, какая из альтернатив окажется в выигрыше при голосовании по правилу простого большинства:

а) мост;

б) яхт-клуб;

в) больница;

г) ни одна из названных, так как мы имеем здесь дело с «парадоксом голосования».

32.2. Партия пенсионеров по-прежнему всем альтернативам предпочитает строительство больницы. Однако строительство моста теперь предпочитает строительству яхт-клуба. Какая из альтернатив окажется в выигрыше при голосовании по правилу простого большинства:

а) мост;

б) яхт-клуб;

в) больница;

г) ни одна из названных, так как мы имеем здесь дело с «парадоксом голосования».

32.3. Если председатель парламента поставил на голосование из вопроса 32.2. альтернативы: 1) мост–яхт-клуб; 2) яхт-клуб–больница, строительство какого объекта выберут парламентарии?

32.4. Если председатель парламента поставил на голосование из вопроса 32.2 альтернативы: 1) больница–мост; 2) мост–яхт-клуб. Строительство какого объекта выберут парламентарии? С какой проблемой мы сталкиваемся в вопросах 32.3 и 32.4?

ЗАДАЧА № 33

В муниципальном поселковом совете — пять партий с равным числом мест. Эти партии адекватно выражают предпочтения пяти групп избирателей («С роду так», «Бедняк», «Середняк», «Здоровяк» и «Крупняк»). В таблице представлены их предельные выгоды (*MB*) от 1 фонаря уличного освещения в зависимости от количества фонарей.

Предельные выгоды (*MB*) от 1 фонаря

Партии	Предлагаемое количество фонарей				
	10	20	30	40	50
«С роду так»	100	80	60	40	20
«Бедняк»	120	100	80	60	40
«Середняк»	140	120	100	80	60
«Здоровяк»	160	140	120	100	80
«Крупняк»	180	160	140	120	100
ΣMB	700	600	500	400	300

Устав муниципального совета требует принятия решений простым большинством голосов.

33.1. Сколько фонарей будет установлено в муниципальном поселке, если расходы на установку 1 фонаря равны 500 д. е. и заранее определено, что расходы на них делятся между всеми группами поровну? Будет ли это количество фонарей парето-эффективным ?

33.2. Предположим, что «С роду так», «Бедняк» и «Середняк» провели решение, что они покрывают 30% расходов на освещение, которые делятся между ними в пропорции 4 : 5 : 6, соответственно. Сколько тогда фонарей будет установлено и будет ли их количество парето-эффективным?

33.3. Если бы в уставе муниципального совета было записано, что все решения принимаются только единогласно, какое количество фонарей было бы установлено в этом случае, если все расходы на их установку делятся поровну? Было бы оно парето-эффективным? Каковы были бы потери общества?

33.4. «Крупняк» захватил власть в поселке, разогнал муниципальный совет и стал диктатором. Какое количество фонарей он установил бы своим решением и как бы его решение изменило общественное благосостояние при равном распределении расходов на установку фонарей?

6.2 РЕШЕНИЯ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 1

Поскольку имеются лишь два блага, то достаточно определить только одну равновесную цену. Цену блага Y примем за