Подставляя (4.17) в (4.16), получим

$$MR = P + Q\frac{dP}{dQ} = P - Q\frac{P}{e_i Q} = P - \frac{P}{e_i},$$

или

$$MR = P(1 - \frac{1}{e_i}). \tag{4 18}$$

Отсюда очевидно, что при $e_i = 1$ $MR = 0$ и общая выручка достигает максимума (точка Q_1 на рис.4.9).

4.6. НЕКОТОРЫЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ЭЛАСТИЧНОСТИ

Между коэффициентами эластичности существуют определенные соотношения, имеющие важное теоретическое и практическое значение. Рассмотрим некоторые из них.

Пусть дано бюджетное ограничение

$$P_X X + P_Y Y = I \tag{4 19}$$

и функции спроса на товары X и Y

$$X = D_X(P_X, P_Y, I),$$
$$Y = D_X(P_X, P_Y, I)$$

Дифференцируя (4.19) по доходу I, получим

$$P_X\frac{\partial X}{\partial I} + P_Y\frac{\partial Y}{\partial I} = 1. \tag{4.20}$$

Умножим первое слагаемое левой части (4.20) на единицу $(1 = X/I \cdot I/X)$, а второе на $1 = Y/I \cdot I/Y$ и преобразуем результат к виду

$$\frac{P_X X}{I}\cdot\frac{\partial X}{\partial I}\cdot\frac{I}{X} + \frac{P_Y Y}{I}\cdot\frac{\partial Y}{\partial I}\cdot\frac{I}{Y} = 1. \tag{4 21}$$

Мы можем интерпретировать сомножители $P_X X/I$ и $P_Y Y/I$ в правой части (4.21) как *удельные веса* (в долях единицы) *расходов на покупку* соответственно *товаров X и Y в общих расходах потребителя I.*

$$\eta_X = \frac{P_X X}{I}, \qquad \eta_Y = \frac{P_Y Y}{I}. \tag{4.22}$$

Очевидно, что

$$\frac{\partial X}{\partial I} \cdot \frac{I}{X} = e_{I,X}, \qquad \frac{\partial Y}{\partial I} \cdot \frac{I}{Y} = e_{I,Y}. \tag{4.23}$$

Подставляя (4.22) и (4.23) в (4.21), получим

$$\eta_X e_{I,X} + \eta_Y e_{I,Y} = 1. \tag{4.24}$$

Это означает, что *взвешенная сумма коэффициентов эластичности спроса по доходу для всех покупаемых товаров равна единице.* Это справедливо для любого числа товаров. Отсюда следует еще один важный вывод. *Для каждого товара* (или товарной группы) *с эластичностью спроса по доходу, меньшей единицы, должен существовать товар* (или товарная группа) *с эластичностью спроса по доходу, большей единицы.* Это положение и называют обычно *законом Энгеля.*

Приведем еще одно важное соотношение: *сумма коэффициентов прямой и перекрестной эластичности спроса по цене и коэффициента эластичности спроса по доходу для i-того товара равна нулю.*

Действительно, из раздела 3.3 следует, что при пропорциональном изменении всех цен и дохода, положение бюджетной линии и, следовательно, оптимума потребителя (рис. 3.9) не изменится. Значит, полный дифференциал функции спроса на товар X будет равен нулю:

$$dX = \frac{\partial X}{\partial P_X} d\,P_X + \frac{\partial X}{\partial P_Y} d\,P_Y + \frac{\partial X}{\partial I} d\,I = 0.$$

Если цены и доходы изменились в $(1+\varepsilon)$ раз, то $dP_X = \varepsilon P_X$, $dP_Y = \varepsilon P_Y$, $dI = \varepsilon dI$. Подставив эти значения в выражение полного дифференциала, сократив на ε и разделив все члены на X, получим

$$\frac{\partial X}{\partial P_X} \cdot \frac{P_X}{X} + \frac{\partial X}{\partial P_Y} \cdot \frac{P_Y}{X} + \frac{\partial X}{\partial I} \cdot \frac{I}{X} = 0,$$

или, в коэффициентах эластичности,

$$e_X + e_{XY} + e_{X,I} = 0 \qquad (4.25)$$

4.7. УРАВНЕНИЕ СЛУЦКОГО В КОЭФФИЦИЕНТАХ ЭЛАСТИЧНОСТИ

Вернемся к уравнению Слуцкого (3.17), с помощью которого мы исследовали влияние цены товара X на объем спроса на этот товар. Теперь мы можем представить это уравнение в коэффициентах эластичности.

Умножив все члены уравнения (3.17) на P_X/X, получим

$$\left.\frac{\partial X}{\partial P_X}\cdot\frac{P_X}{X}\right|_{I,P_Y=\mathrm{const}} = -\frac{\partial X}{\partial I}P_X + \left.\frac{\partial X}{\partial P_X}\cdot\frac{P_X}{X}\right|_{\substack{P_Y=\mathrm{const}\\ I_S=I+X_1\Delta P_X}} . \qquad (4.26)$$

Левая часть (4.26) представляет не что иное, как коэффициент эластичности спроса на товар $X - e_X$.

Первое слагаемое правой части можно представить как $k_X e_I$, где $k_X = XP_X/I$ — доля расходов на товар X в общих расходах покупателя I, а e_I — коэффициент эластичности спроса на товар X по доходу.

Второе слагаемое правой части характеризует эластичность спроса на товар X при неизменном реальном доходе, обозначим ее коэффициент $- \bar{e}_X$.

Таким образом, мы можем записать уравнение Слуцкого (3.17) в коэффициентах эластичности:

$$e_X = -k_X e_I + \bar{e}_X . \qquad (4.27)$$

Уравнение (4.27) показывает, что коэффициент эластичности спроса может быть разложен на два компонента, характеризующие эффекты дохода и замены, и относительная величина первого из них зависит от доли расходов на товар X в общих расходах потребителя (k_X). Из (4.27) также видно, что для невзаимозаменяемых товаров ($\bar{e}_X = 0$) эластичность спроса по цене пропорциональна эластичности спроса по доходу (фактор пропорциональности — k_X).