ПРИЛОЖЕНИЕ 2А

Цена как статистическая характеристика рынка

В моделях рыночного равновесия, в том числе и в используемых в главе 2, спрос и предложение обычно представлены непрерывными функциями. Предполагается, что всякому малому изменению цены соответствует определенное изменение объемов спроса и предложения. Такое предположение, как мы уже видели (рис. 2.13), не всегда реалистично. Непрерывное изменение цены не обязательно сопровождается непрерывным же изменением объемов спроса и предложения, которые могут изменяться скачкообразно, оставаясь нечувствительными к малым изменениям цены. В этом случае функции спроса и предложения имеют ступенчатый характер.

Используя некоторые элементы теории множеств, можно предложить достаточно общую модель равновесной цены, справедливую как для непрерывных, так и для дискретных функций спроса и предложения. При этом оказывается, что равновесная цена может быть представлена как *медиана* упорядоченного множества цен спроса и предложения.[1]

Пусть максимально возможный объем предложения некоторого товара составляет Q_K^S (рис. 2.8, Q_K). Пусть, далее, все возможные цены предложения этого товара представлены множеством

$$P^S = \{p_i^S\} \qquad (i = 1, 2, \ldots, Q_K^S), \tag{2A.1}$$

а все возможные цены спроса — множеством

$$P^D = \{p_i^D\} \qquad (i = 1, 2, \ldots, Q^D). \tag{2A.2}$$

Очевидно, что эти множества могут оказаться количественно эквивалентными или равномощными ($Q_K^S = Q^D$) лишь случайно. Скорее всего, мощность множества P^D будет больше мощности множества $P^S (Q^D > Q_K^S)$, хотя возможно и обратное ($Q^D < Q_K^S$). Чтобы сделать их равномощными, мы можем дополнить меньшее по мощности множество «недостающими» элементами.

Конкретно, если $Q^D > Q_K^S$, дополним множество P^S ценами предложения $p_i^S \to \infty$ $(i = Q_K^S + 1, Q_K^S + 2, \ldots, Q^D)$. Если же $Q^D < Q_K^S$, дополним множество P^D ценами спроса $p_i^D \to 0$ $(i = Q_K^D + 1, Q_K^D + 2, \ldots, Q_K^S)$. Здесь бесконечно высокие цены предложения означают

[1] Мысль о рыночной цене как субъективной средней, полученной «из ряда сделанных наблюдений, произведенных над различными единицами», была высказана П. Б. Струве (*Струве П. Б.* Хозяйство и цена. СПб. : М., 1913. Ч. 1. С. 91–95).

невозможность увеличить объем предложения ни при каком разумном уровне затрат. Нулевые цены спроса свидетельствуют об ограниченной в силу каких-то причин емкости рынка.

Теперь мы имеем два количественно эквивалентных множества:

$$P^S = \{p_i^S\}, \qquad P^D = \{p_i^D\} \ (i = 1, 2, \ldots, Q), \tag{2A.3}$$
$$Q = Q^D, \text{ если } Q^D > Q_K^S,$$
$$Q = Q_K^S, \text{ если } Q^D < Q_K^S.$$

Очевидно, что при любом уровне рыночной цены (p) алгебраическая сумма отклонений от нее всех цен спроса и предложения будет равна суммарному излишку покупателей и продавцов:

$$\sum_{i=1}^{Q}(p_i^D - p) + \sum_{i=1}^{Q}(p - p_i^S) = \sum_{i=1}^{Q}(p_i^D - p_i^S). \tag{2A.4}$$

При этом *взаимовыгодным* обмен будет лишь для тех покупателей и продавцов, у которых величина излишка будет *неотрицательной*, *а невзаимовыгодным* для тех, у кого она окажется *неположительной*[2] (рис. 2.24). Следовательно, равновесная рыночная цена (p^*) должна в отличие от любой другой обеспечивать равенство *суммы модулей отклонений* от нее цен спроса и предложения *разности* Q^* *неотрицательных* и $(Q - Q^*)$ *неположительных* сумм *общественной выгоды* по всем Q единицам товара (Q^* — равновесный объем рынка при цене p^*):[3]

$$\sum_{i=1}^{Q}|p_i^D - p^*| + \sum_{i=1}^{Q}|p_i^S - p^*| = \sum_{i=1}^{Q^*}|p_i^D - p_i^S| - \sum_{i=Q^*+1}^{Q-Q^*}|p_i^S - p_i^D|. \tag{2A 5}$$

А поскольку сумма абсолютных значений двух величин не может быть меньше их алгебраической суммы, то

$$\sum_{i=1}^{Q}|p_i^D - p^*| + \sum_{i=1}^{Q}|p_i^S - p^*| \geq \sum_{i=1}^{Q}(p_i^D - p^*) + \sum_{i=1}^{Q}(p^* - p_i^S) \tag{2A.6}$$

---

[2] «Вся экономическая деятельность всякого хозяйствующего субъекта стремится получить большее за меньшее, стремится *к реализации положительных ценностных разностей*» (*Струве П.Б.* Хозяйство и цена. М., 1916. Ч. 2. С. 22).

[3] Вернитесь к определению общественной выгоды в 2.8 (рис. 2.24) как суммы двух *треугольников* и как суммы *трапеций*.

и, следовательно,

$$\sum_{i=1}^{Q} |p_i^D - p^*| + \sum_{i=1}^{Q} |p_i^S - p^*| \geq \sum_{i=1}^{Q} |p_i^D - p_i^S|. \tag{2A.7}$$

С учетом (2A.7) требование (2A.5) может быть переписано так:

$$\sum_{i=1}^{Q} |p_i^D - p^*| + \sum_{i=1}^{Q} |p_i^S - p^*| = \min. \tag{2A.8}$$

Последнее означает, что сумма модулей отклонений всех цен спроса и предложения от равновесной цены p^* меньше, чем от любой другой величины. Но таким свойством обладает лишь медиана (Me) всей совокупности цен спроса и предложения. В этом легко убедиться.

Объединим множества P^D и P^S в единое упорядоченное множество:

$$P = P^D \cup P^S = \left\{p_i \mid p_i \in P^D \vee p_i \in P^S\right\}, \tag{2A.9}$$
$$p_i \leq p_{i+1} \ (i = 1, 2, \ldots, Q, Q+1, \ldots, 2Q).$$

Тогда (2A.9) можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^{2Q} |p_i - p^*| = \min,$$

или, принимая, что

$$p_k \leq p^* \leq p_{k+1}, \quad k = i \in (1, 2, \ldots, 2Q - 1),$$

развернуто:

$$\sum_{i=1}^{i=k} |p^* - p_i| + \sum_{i=k+1}^{i=2Q} |p^* - p_i| = \min.$$

Дифференцируя и приравнивая нулю, найдем

$$-k + (2Q - k) = 0,$$

откуда $k = Q$.

Следовательно,

$$p_Q \leq p^* \leq p_{Q+1}$$

Последнее означает, что равновесная цена p^* делит упорядоченное множество цен спроса и предложения (2А.9) на два количественно эквивалентных подмножества:

$$P' = \left\{p'_i \mid p'_i \in P^D \vee p'_i \in P^S\right\}, \qquad (2A.10)$$
$$p'_i \le p'_{i+1} \ (i = 1, 2, \ldots, Q)$$

и

$$P'' = \left\{p''_i \mid p''_i \in P^D \vee p''_i \in P^S\right\}, \qquad (2A.11)$$
$$p''_i \le p''_{i+1} \ (i = Q+1, Q+2, \ldots, 2Q),$$

причем

$$P'_Q \le P^* \le P''_{Q+1}, \qquad (2A.12)$$

т.е. является центральной величиной, или медианой (2А.9):

$$P^* = \mathrm{Me}(P_i). \qquad (2A.13)$$

Из (2А.10) и (2А.11) видно, что, разделяя множество (2А.9) на подмножества P' и P'', медиана тем самым разделяет и исходные множества P^D и P^S на подмножества

$$P^{*D} = \left\{p_j^{*D}\right\} \subseteq P'',$$
$$P^{*S} = \left\{p_j^{*S}\right\} \subseteq P' \qquad (j = 1, 2, \ldots, Q^*)$$

и дополнения к ним

$$P'^D = \left\{p_j'^D\right\} \subseteq P',$$
$$P'^S = \left\{p_j'^S\right\} \subseteq P'' \qquad (j = Q^* + 1, Q^* + 2, \ldots, Q),$$

такие, что для координат их декартовых произведений

$$P^{D*} \times P^{S*} = \left\{(p^{D*}, p^{S*}) \mid p^{D*} \in P^{D*}, p^{S*} \in P^{S*}\right\},$$
$$P^{D'} \times P^{S'} = \left\{(p^{D'}, p^{S'}) \mid p^{D'} \in P^{D'}, p^{S'} \in P^{S'}\right\}$$

выполняются отношения

$$p_j^{D*}(p_j^{D*} \in P^{D*}) \ge P_j^{S*}(p^{S*} \in P^{S*}), \qquad (2A.14)$$
$$p_j^{D'}(p_j^{D'} \in P^{D'}) \ge P_j^{S'}(p^{S'} \in P^{S'}) \qquad (2A.15)$$

Таким образом, равная медиане равновесная цена ($p^* = \text{Me}\,(p_i)$) отделяет единицы товара с неотрицательной разницей между ценой спроса и ценой предложения (2А.14) от тех единиц, для которых эта разность неположительна (2А.15). Первые будут проданы, вторые нет.

Если (2А.14) выполняется как строгое равенство и, следовательно, пересечение множеств P' и P'' непусто, то медиана суть это пересечение:

$$p^* = \text{Me}(p_i) = P' \cap P'', \tag{2A.16}$$

или

$$p_Q = \text{Me}(p_i) = p_{Q+1}$$

(рис. 2.13,*б*).

Если же (2А.14) выполняется как неравенство, равновесная цена может принимать любое значение в пределах медианного интервала:

$$p^* \in [p_Q, p_{Q+1}], \tag{2A.17}$$

или

$$p_Q \le p^* \le p_{Q+1}$$

(рис. 2.13,*а*).

Проиллюстрируем определение равновесной цены как медианы упорядоченного множества цен спроса и предложения анализом известного примера конного рынка, посредством которого Е. Бём-Баверк объяснял «образование цен при обоюдном соперничестве».[4] На рынке встречаются 10 потенциальных покупателей и 8 продавцов лошадей. Их оценки, т.е. цены спроса и предложения (во флоринах), таковы:

Покупатели		Продавцы	
A1	300	B1	100
A2	280	B2	110
A3	260	B3	150
A4	240	B4	170
A5	220	B5	200
A6	210	B6	215
A7	200	B7	250
A8	180	B8	260
A9	170		
A10	150		

После некоторых рассуждений Е. Бём-Баверк приходит к выводу: «В меновую сделку фактически вступает с той и с другой стороны

[4] *Бем-Баверк Е.* Основы теории ценности хозяйственных благ // Австрийская школа в политической экономии. М., 1992. С. 370.

столько лиц, сколько получается пар, если разместить попарно желающих купить и продать по степени их обменоспособности в нисходящем порядке, — пар, из которых в каждой покупатель оценивает товар, по отношению отдаваемой в обмен на него вещи, выше, нежели продавец».[5]

Иначе говоря, в меновую сделку фактически вступит 5 пар продавцов и покупателей, а цена установится на уровне между 210 и 215 флоринами. Или, пользуясь языком оригинала, «границы (цены. — *В.Г., С.И., В.М.*) определяются сверху оценками последнего из фактически вступающих в меновую сделку покупателей и наиболее сильного по своей обменоспособности из устраненных конкуренцией с рынка продавцов, а снизу — оценками наименее сильного по обменоспособности из фактически заключающих меновую сделку продавцов и наиболее сильного по обменоспособности из не имеющих возможности вступить в меновую сделку покупателей».[6] 210 и 215 флоринов — это именно оценки наиболее «сильных по своей обменоспособности» из таких не вступивших в сделку продавцов и покупателей.

Теперь определим равновесную цену согласно (2А.17). Предварительно сделаем множество оценок продавцов (В) количественно эквивалентным множеству оценок покупателей (А). Для этого примем оценки двух отсутствующих на рынке продавцов В9, В10 равными ∞ — увеличить предложение сверх 8 лошадей невозможно при любом мыслимом уровне цен предложения. Объединим *все 20* оценок в один неубывающий ряд от $B1=100$ до $B10 = \infty$. Медиана этого ряда лежит между 10-й и 11-й оценкой, т.е. $210 < \text{Me}\ (p_t) < 215$ и, следовательно, $210 < p^* < 215$.

Изменится ли равновесная оценка, если мы «перевернем» пример и будем рассматривать оценки В как оценки покупателей, а оценки А как оценки продавцов. В этом случае, очевидно, значение медианы и равновесной цены не изменится. Изменится лишь состав вступивших в сделку пар. В первом случае это были пары 1–5, во втором — 6–10.

Читатель может самостоятельно убедиться в том, что при любом распределении оценок продавцов и покупателей в пределах данной их совокупности равновесная цена сохранит одно и то же значение $210 < \text{Me}\ (p_t) < 215$, *изменятся лишь состав пар*, фактически вступающих в сделку, а также *величина излишка* продавцов и покупателей.

Пусть, например, распределение оценок будет следующим:

Покупатели		Продавцы	
А6	210	В6	100
А7	200	А5	110
В5	200	А4	150
А8	180	В7	170
А9	170	А3	200

[5] Там же. С. 376.

[6] Там же. С. 377.

B4	170	B8	215
A3	150	A2	250
A10	150	A1	260
B2	110	B9	∞
B1	100	B10	∞

В таком случае равновесная цена останется равной медиане $210 < p^* < 215$, но ни одна пара фактически не вступит в сделку (рис. 2.11,*б*).[7]

Если уровень равновесной цены определяется медианой упорядоченного ряда цен спроса и предложения, то размеры излишка покупателей и продавцов зависят от соотношения медианы и средней арифметической того же ряда.

Рассмотрим последнюю зависимость, заметив предварительно, что p^* является медианой не только совокупности оценок $p_i \in P = P^D \cup P^S$, но и тех из них, которые удовлетворяют требованию (2А.14). Поэтому ограничимся лишь теми единицами товара, у которых разность между ценой спроса и предложения неотрицательна.[8]

Очевидно, что в этом случае размеры излишка покупателей и продавцов зависят от расположения цен спроса и предложения относительно срединной величины ряда (медианы), т.е. от характеристики кривой их распределения.

При симметричном распределении, которое характеризуется равенством медианы и средней арифметической $(\overline{M})$, излишек покупателей будет равен излишку продавцов, поскольку сумма отклонений от средней арифметической равна нулю и, следовательно, отклонения в одну сторону уравновешиваются отклонениями в другую.

Таким образом, при $p^* = \text{Me}\ (p_i) = \overline{M}$

$$R_D = R_S = \frac{\sum^{Q^*}(p_j^D - p_j^S)}{2}, \tag{2А.18}$$

где R_D — излишек покупателей; R_S — излишек продавцов.

При асимметричном распределении в составе суммарного излишка $(\sum^{Q^*}(p_j^D - p_j^S))$ можно выделить часть его ΔR, которая соответствует разнице между средней арифметической и медианой:

$$\Delta R = |\overline{M} - \text{Me}|2Q^*. \tag{2А.19}$$

[7] Интересно, что, перечисляя свойства цены как равнодействующей существующих в обществе оценок, Бем-Баверк фактически перечисляет известные свойства медианы как центральной величины ряда (*Бем-Баверк Е.* Основы теории ценности хозяйственных благ. С. 380–383). Другой анализ конного рынка Бем-Баверка, приводящий к тем же выводам, см.: *Нейман Дж. фон, Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. М., 1970. С. 562—566.

[8] *Бем Баверк Е.* Основы теории ценности хозяйственных благ. С. 380—383.

Оставшаяся часть общественной выгоды распределится между покупателями и продавцами поровну, как и при симметричном распределении. Поэтому в общем случае размеры излишка покупателей и продавцов составят

$$R_D = \frac{\sum^{Q^*}(p_j^D - p_j^S) \mp |\overline{M} - \mathrm{Me}|2Q^*}{2}, \tag{2А 20}$$

$$R_S = \frac{\sum^{Q^*}(p_j^D - p_j^S) \pm |\overline{M} - \mathrm{Me}|2Q^*}{2}. \tag{2А.21}$$

Знак в (2А.20) и (2А.21) зависит от характера асимметрии. При левосторонней асимметрии, когда $\mathrm{Me} < \overline{M}$, знак в (2А.20) положительный, а в (2А.21) отрицательный, т.е. излишек покупателей больше излишка продавцов. Наоборот, при правосторонней асимметрии, когда $\mathrm{Me} > \overline{M}$, излишек продавцов превышает излишек покупателей, соответственно знаки в (2А.20) и (2А.21) меняются на обратные.

Наконец, при крайней асимметрии, когда медиана совпадает со всеми членами левой или правой половины ряда, вся выгода реализуется у покупателей или продавцов.

Сказанное справедливо лишь в том общем случае, когда медиана и, следовательно, равновесная цена определяются однозначно (2А.16). Если же однозначное определение медианы невозможно, то, как уже отмечалось, равновесная цена может принимать любое значение в пределах медианного интервала и, значит, сформулировать какое-либо объективное и точное правило определения излишков покупателя и продавца невозможно.

Используем теперь (2А.20) и (2А.21) для определения излишков на конном рынке Е. Бём-Баверка. Но сначала избавимся (для определенности) от медианного интервала $210 < \mathrm{Me} < 215$. В этих целях снизим оценку В6 с 215 до 210. В этом случае $p^* = \mathrm{Me} = 210$. Все необходимые данные приводятся ниже:

Оценки покупателей		Оценки продавцов		Разница оценок (А — В)
А1	300	В1	100	200
А2	280	В2	110	170
А3	260	В3	150	110
А4	240	В4	170	70
А5	220	В5	200	20
А6	210	В6	210	0
Всего	1510		940	570

Средняя арифметическая всех 12 оценок $\overline{M} = (1510 + 940)/2 = 204,166\ldots$, медиана Ме $= 210$. Поскольку Ме $> \overline{M}$, согласно (2А.20) и (2А.21) имеем

$$R_D = \frac{570 + |204\ 166 - 210.0|2 \cdot 6}{2} = 320,$$

$$R_S = \frac{570 - |204.166 - 210.0|2 \cdot 6}{2} = 250.$$

Проверьте результат прямым расчетом величины излишка для каждого из 6 покупателей и 6 продавцов, фактически вступивших в сделку.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2Б

Попытка имитации рынка

В 60–80-х гг. в условиях отсутствия реального рынка средств производства в СССР широкое распространение получила концепция «цен плановой сбалансированности» (ЦПС). Суть ее заключалась в том, что с помощью некоторых расчетных процедур *возможно* имитировать рыночный процесс образования равновесных цен и объемов. Такую имитацию предполагалось осуществлять путем построения балансов производства и распределения новой техники и определения на основе этих балансов объемов производства и цен соответствующих изделий.

По идеологическим соображениям цены спроса были переименованы в «верхние пределы цены», цены предложения — в их «нижние пределы», общественный выигрыш был назван «народнохозяйственным эффектом», а излишки покупателей и продавцов — эффектами соответственно потребителей и производителей. Задача заключалась в том, чтобы определить цены, балансирующие производство и потребление данной продукции (ЦПС) и одновременно максимизирующие народнохозяйственный эффект от производства и применения новой техники.[1]

[1]Из обширной литературы по этому вопросу укажем: *Гофман К.Г, Петраков Н.Я.* Экономическая оценка новой техники в условиях хозяйственной реформы // Вопр. экономики. 1967. № 5; *Бороздин Ю.В.* Ценообразование и