Допустим, что эффект дохода равен нулю, т.е. с ростом дохода объем спроса потребителя на данный товар не изменяется. В этом случае кривые безразличия имеют вид как в верхней части рис. 3.26. При всяком значении X наклоны кривых безразличия совпадают. Например, наклон кривой U_1 в точке E_1 равен наклону кривой U_2 в точке E_2, наклон кривой U_1 в точке A равен наклону кривой U_2 в точке K_1 и т.д. Вертикальные расстояния между кривыми U_1 и U_2 при всех значениях X одинаковы. В таких ситуациях говорят, что кривые U_1 и U_2 вертикально параллельны друг другу. Нетрудно убедиться, что при такой конфигурации кривых безразличия компенсирующая вариация, равная K_1A, совпадает с эквивалентной вариацией, равной K_2K_1.

В нижней части рис. 3.26 линия CF представляет собой одновременно и обыкновенную линию спроса D, и компенсированную линию спроса $d(U_1)$, и компенсированную линию спроса $d(U_2)$. Площадь треугольника P_XCF равна одновременно и маршаллианскому потребительскому излишку, и компенсирующей вариации, и эквивалентной вариации.

3.8. ИНДЕКСЫ ЦЕН И РЕАЛЬНОГО ДОХОДА

Нас часто интересуют изменения в стоимости жизни в связи с изменениями доходов и (или) цен.

Допустим, что расходы потребителя равны его доходам и составляют в начальном (базисном) периоде

$$I^0 = \sum q^0 p^0,$$

а в текущем

$$I^t = \sum q^t p^t.$$

Здесь верхний индекс 0 соответствует показателям базисного, а индекс t — текущего периода; q и p — соответственно количества покупаемых товаров и их цены, индексы товаров опущены, поскольку знак $\sum$ подразумевает сумму расходов на приобретение всего множества товаров (потребительской корзины).

Для оценки изменения стоимости жизни в текущем периоде по сравнению с базисным следует определить индексы номинального дохода и цен.

Индекс номинального дохода определить легко, он составит

$$M_I = \frac{I^t}{I^0}. \tag{3.19}$$

Индекс цен может быть определен двумя способами: как индекс Ласпейреса

$$P_{\mathrm{L}} = \frac{\sum q^0 p^t}{\sum q^0 p^0} \tag{3.20}$$

и как индекс Пааше

$$P_{\mathrm{P}} = \frac{\sum q^t p^t}{\sum q^t p^0}, \tag{3.21}$$

названные так по имени немецких статистиков Э. Ласпейреса (1834–1913) и Г. Пааше (1851–1925).[24]

Индекс Ласпейреса предполагает взвешивание цен двух периодов по объемам потребления товаров в базисном, а *индекс Пааше* — по объемам их потребления в текущем периоде.

Однако ни тот ни другой индекс не дают верного представления об изменении цен, поскольку они не учитывают влияния этого изменения на структуру потребления. Очевидно, что если (в обычной двухпродуктовой модели) цена товара X возрастает ($p_X^t > p_X^0$), то покупки его снижаются ($q_X^t < q_X^0$) и, наоборот, при снижении цены ($p_X^t < p_X^0$) покупки увеличиваются ($q_X^t > q_X^0$). Поэтому значение *индекса Ласпейреса*, использующего в качестве весов объемы q^0, дает *преувеличенное* представление об изменении цен в случае их *роста*, но *преуменьшенное* в случае их

[24]Однако, как отмечает Г. В. Ковалевский (*Ковалевский Г. В.* Индексный метод в экономике. М., 1989), первым «изобретателем» агрегатного индекса цен с весами текущего периода был английский экономист Томас Ман, который в 1609 г. в работе «Рассуждение о торговле Англии с Ост-Индией» (русский перевод см. в сб.: Меркантилизм. Л., 1935) вычислил такие индексы. В 1807 г. вышла книга русского экономиста Федора Вирста «Рассуждения о некоторых предметах законодательства и управления финансами и коммерцией Российской империи...», в которой был впервые исчислен агрегатный индекс цен с весами базисного периода. Таким образом, индекс Пааше и индекс Ласпейреса были уже известны, но не были записаны в формульном виде. И только с легкой руки американского экономиста К. М. Уолша в 1874 г. индексы Мана и Вирста получили имена Пааше и Ласпейреса.

снижения. Наоборот, значение *индекса Пааше*, где в качестве весов используются объемы q^t, дает *преуменьшенное* представление об изменении цен в случае их *роста*, но *преувеличенное* в случае их *снижения*. И в любом случае индекс Ласпейреса оказывается выше индекса Пааше ($P_L > P_P$).

Можно показать, что положение потребителя в текущем периоде будет *лучше*, чем в базисном, если индекс Ласпейреса окажется ниже индекса номинального дохода:

$$\frac{I^t}{I^0} > P_L \tag{3.22}$$

Можно показать также, что положение потребителя в текущем периоде будет *хуже*, чем в базисном, если индекс Пааше окажется выше индекса номинального дохода:

$$\frac{I^t}{I^0} < P_P. \tag{3 23}$$

Рассмотрим сначала индекс Ласпейреса. Если $\sum q^0 p^0 \leq I^t$, первоначальный набор товаров (вектор q^0), очевидно, доступен потребителю и при текущих ценах (вектор p^t) и доходеI^t. Значит, и в изменившихся условиях потребитель мог бы попрежнему покупать первоначальный набор q^0. Если же фактически в текущем периоде он покупает иной набор (вектор q^t), то либо

$$\sum q^0 p^t < \sum q^t p^t, \tag{3.24}$$

это означало бы, что набор q^t принадлежит более высокой кривой безразличия, т.е. сулит потребителю большее удовлетворение, чем набор q^0, либо

$$\sum q^0 p^t = \sum q^t p^t, \tag{3.24*}$$

это означало бы, что наборы q^0 и q^t имеют равную стоимость, т.е. принадлежат *одной и той же* бюджетной прямой, но потребитель *явно* предпочитает набор q^t, сулящий ему большее удовлетворение, т.е. принадлежит более высокой кривой безразличия.

Разделив обе части (3.24) на $\sum q^0 p^0$, имеем

$$\frac{\sum q^0 p^t}{\sum q^0 p^0} < \frac{\sum q^t p^t}{\sum q^0 p^0}. \tag{3.25}$$

Левая часть (3.25) представляет индекс цен Ласпейреса, правая — индекс номинального дохода. Следовательно,

$$P_{\mathrm{L}} < M_I.$$

Таким образом, утверждение (3.22) доказано. Его можно иллюстрировать графически.

На рис. 3.27 первоначальный доход и цены товаров представлены бюджетной прямой $I^0 I^0$:

$$I^0 = \sum q^0 p^0 = q_X^0 p_X^0 + q_Y^0 p_Y^0, \tag{3.26}$$

доход и цены текущего периода — бюджетной прямой $I^t I^t$:

$$I^t = \sum q^t p^t = q_X^t p_X^t + q_Y^t p_Y^t. \tag{3.27}$$

Первоначальному оптимуму потребителя соответствует точка A (q_X^0, q_Y^0), текущему — точка B (q_X^t, q_Y^t).

Новая бюджетная прямая $I^t I^t$, как и первоначальная $I^0 I^0$, проходит через точку A, что свидетельствует о доступности для потребителя прежнего оптимального набора A в изменившихся условиях. Однако при тех же самых расходах I^t потребитель может достигнуть более высокой кривой безразличия $U_2 U_2$, перейдя из точки A в точку B. Таким образом, из двух равных по стоимости наборов он выбирает тот, который сулит ему большее удовлетворение. И значит, при новом уровне дохода и цен (I^t, p^t) положение потребителя улучшается.

Теперь рассмотрим индекс Пааше. Если $\sum q^0 p^0 > \sum q^t p^0$, то набор q^t, выбираемый в период t, был доступен потребителю и в период 0. И если тогда он предпочитал все же набор q^0, то лишь потому, что последний сулил ему большее удовлетворение, принадлежал к более высокой кривой безразличия.

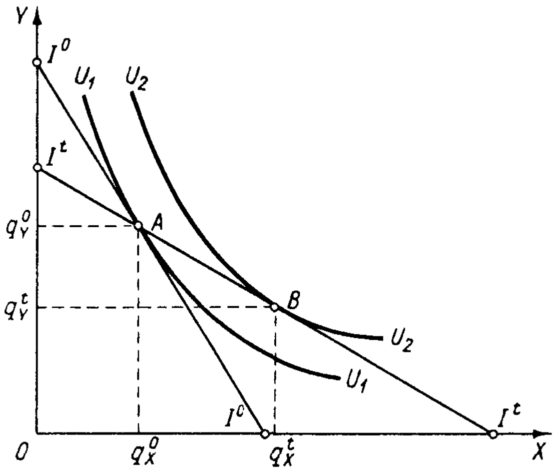

Рис. 3.27. Индекс номинального дохода выше индекса цен Ласпейреса.

Разделив обе части неравенства на $\sum q^t p^t$, получим

$$\frac{\sum q^0 p^0}{\sum q^t p^t} > \frac{\sum q^t p^0}{\sum q^t p^t}, \tag{3.28}$$

или, иначе

$$\frac{\sum q^t p^t}{\sum q^0 p^0} < \frac{\sum q^t p^t}{\sum q^t p^0}. \tag{3.29}$$

Левая часть (3.29) представляет индекс номинального дохода, правая — индекс цен Пааше. Следовательно,

$$P_P > M_I.$$

Таким образом, утверждение (3.23) также доказано.

Этот вывод иллюстрирует рис. 3.28, подобный рис. 3.27. Здесь оптимум потребителя при I^0, p^0, оказался в точке C (q_X^0, q_Y^0). Хотя набор D (q_X^t, q_Y^t) лежит на той же бюджетной прямой $I^0 I^0$, потребитель в начальный период предпочитал набор C, поскольку он лежит на более высокой кривой безразличия.

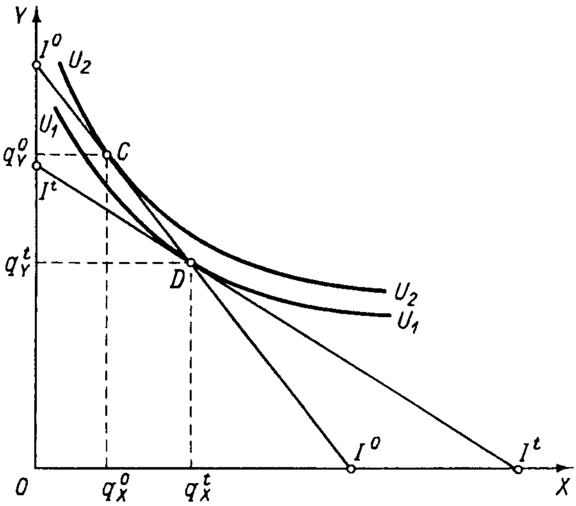

Рис. 3.28. Индекс номинального дохода ниже индекса цен Ласпейреса.

После изменения цен бюджетная прямая заняла положение $I^t I^t$:

$$I^t = \sum(q^t p^t) = q_X^t p_X^t + q_Y^t p_Y^t. \tag{3.30}$$

Она проходит ниже первоначального оптимума C, который теперь недоступен для потребителя. Следовательно, выбирая набор q^t, потребитель снижает свое удовлетворение по сравнению с начальным периодом.

Индекс реального дохода характеризует изменение *покупательной способности* номинального дохода. Если при расчете индекса цен цены товаров взвешиваются по объемам их приобретения в базисном или текущем периоде, то при расчете индекса реального дохода, наоборот, *объемы потребления каждого периода взвешиваются по ценам базисного или текущего периода.* Индекс реального дохода Ласпейреса имеет вид

$$R_{\mathrm{L}} = \frac{\sum p^0 q^t}{\sum p^0 q^0}, \tag{3.31}$$

а индекс реального дохода Пааше соответственно

$$R_P = \frac{\sum p^t q^t}{\sum p^t q^0}. \qquad (3.32)$$

Знаменатель (3.31) представляет номинальный доход в период 0, или бюджетное ограничение

$$I^0 = \sum p^0 q^0, \qquad (3.33)$$

числитель — доход, необходимый для приобретения в период t набора q^t при ценах базисного периода (p^0). Числитель (3.32) представляет номинальный доход в период t, или бюджетное ограничение

$$I^t = \sum p^t q^t. \qquad (3.34)$$

Использование индексов (3.31) и (3.32) приводит к одним и тем же результатам, если цены остаются неизменными ($p^t = p^0$), а меняется лишь номинальный доход, либо если при неизменном номинальном доходе все цены меняются в одном направлении (растут или падают). Если же изменяются цены, результаты расчетов по (3.31) и (3.32) могут оказаться различными. Наконец, если объемы потребления разных товаров изменяются в разном направлении (потребление одних растет, других падает), может случиться так, что один индекс будет свидетельствовать о росте, а другой — о снижении реального дохода.

Рассмотрим сначала случай, когда оба индекса указывают на *одинаковую направленность* изменения реального дохода. На рис. 3.29 линия I^0I^0 представляет бюджетное ограничение в период 0, когда потребитель выбирает набор A. В период t цена товара X повышается и одновременно изменяется номинальный доход потребителя. Теперь он представлен бюджетной прямой I^tI^t, потребитель выбирает набор B.

Нанесем на график индексы Ласпейреса и Пааше. Мы знаем, что знаменатель индекса Ласпейреса уже представлен на нем бюджетной линией I^0I^0. Его числитель — денежный доход, необходимый для покупки набора B при ценах базисного периода. Следовательно, мы можем представить его на графике вспомогательной бюджетной прямой $I_1^0I_1^0$, проходящей через точку B и

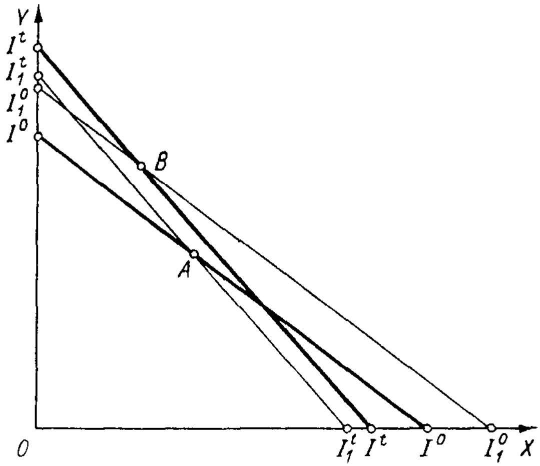

Рис. 3.29. Реальный доход потребителя вырос.

параллельной линии I^0I^0. Поскольку графическое отображение числителя индекса лежит выше отображения его знаменателя, мы можем заключить, что $R_\text{L} > 1$ и, значит, реальный доход потребителя вырос.

Числитель индекса Пааше отображен на графике бюджетной прямой I^tI^t. Его знаменатель, как мы помним, представляет номинальный доход, необходимый для покупки набора A при ценах текущего периода. Следовательно, мы можем представить его на графике вспомогательной бюджетной прямой $I_1^tI_1^t$, проходящей через точку A и параллельной линии I^tI^t. Поскольку графическое отображение числителя индекса лежит выше отображения знаменателя, можно заключить, что и $R_\text{P} > 1$ и, значит, реальный доход потребителя увеличился.

Таким образом, в ситуации, представленной на рис. 3.29, *оба индекса* свидетельствуют о том, что реальный доход потребителя вырос.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда индексы Ласпейреса и Пааше *противоречат* друг другу. На рис. 3.30 потребитель выбирает набор A при бюджетном ограничении I^0I^0 в базисном периоде и набор B при бюджетном ограничении I^tI^t в текущем

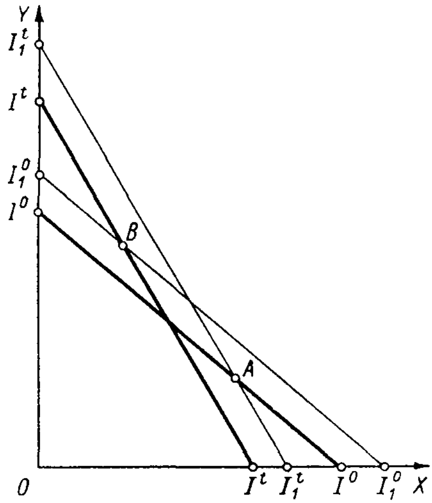

Рис. 3.30. Реальный доход по Ласпейресу вырос, а по Пааше снизился.

периоде. Линии $I_1^0 I_1^0$ и $I_1^t I_1^t$ представляют вспомогательные бюджетные прямые, графически отображающие числитель индекса Ласпейреса и соответственно знаменатель индекса Пааше. Из взаимного расположения линий $I^0 I^0$ и $I_1^0 I_1^0$ и соответственно $I^t I^t$ и $I_1^t I_1^t$ следует, что $R_L > 0$, *но* $R_P < 0$. Иначе говоря, индекс Ласпейреса свидетельствует о росте реального дохода, а индекс Пааше — о его снижении.

Из рис. 3.30 ясно, что набор B был недоступен потребителю в базисном периоде (при бюджете $I^0 I^0$), а набор A недоступен ему в текущем периоде (при бюджете $I^t I^t$). Однако мы не можем сделать заключение о том, какую комбинацию товаров X и Y потребитель считает для себя предпочтительнее — A или B, если у нас нет информации о его карте безразличия. Возможно, что кривая безразличия, касающаяся бюджетной прямой в точке B, лежит выше той, что касается другой бюджетной прямой в точке A. Но возможно и обратное.

Рассмотрим еще одну ситуацию. На рис. 3.31 представлен случай, когда индекс Ласпейреса указывает на снижение реаль-

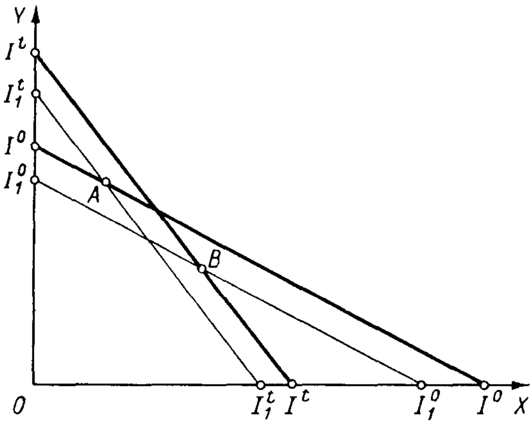

Рис. 3.31. Реальный доход по Ласпейресу снизился, а по Пааше вырос.

ного дохода в текущем периоде, а индекс Пааше — на его рост. Такое соотношение индексов противоречит ранее сделанному заключению о том, что индекс Ласпейреса всегда больше индекса Пааше. Это можно объяснить тем, что, хотя в текущем периоде цена товара X относительно выросла, тем не менее объем покупок товара X также увеличился. Это, однако, противоречит аксиомам рационального поведения и возможно лишь в том случае, если в период t вкусы и предпочтения потребителя изменились. Но тогда индекс реального дохода уже не характеризует действительного изменения реального дохода потребителя.

Исчисление индексов реального дохода теряет смысл и в том случае, если в одном (не обязательно в базисном) периоде значительная часть товаров распределяется по карточкам, талонам (или наблюдается их дефицит), а в другом (не обязательно текущем) — в порядке свободной торговли.

Индексы дохода и цен связаны определенным соотношением. Разделив индекс номинального дохода (3.19) на индекс цен Пааше (3.21), мы получим индекс дохода Ласпейреса (3.31):

$$\frac{M_I}{P_P} = \frac{\sum p^t q^t}{\sum p^0 q^0} : \frac{\sum p^t q^t}{\sum p^0 q^t} = \frac{\sum p^0 q^t}{\sum p^0 q^0} \equiv R_L \qquad (3.35)$$

Соответственно разделив индекс номинального дохода на индекс цен Ласпейреса (3.20), мы получим индекс реального дохода Пааше (3.32):

$$\frac{M_I}{P_\mathrm{L}} = \frac{\sum p^t q^t}{\sum p^0 q^0} : \frac{\sum p^t q^0}{\sum p^0 q^0} = \frac{\sum p^t q^t}{\sum p^t q^0} \equiv R_\mathrm{P}. \tag{3.36}$$